Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Estudo do Método das soluções fundamentais aplicado à equação de Poisson

Antonio Carlos da Silva[1]
Fabrício Magalhães Coutinho[2]
Iago de Carvalho Abalada[3]
Wilian Jeronimo dos Santos[4]
Edivaldo Figueiredo Fontes Junior[5]
DEMAT/UFRRJ, Seropédica, RJ

O método das soluções fundamentais (MSF) é considerado um método sem malha com base na discretização do contorno do problema [2]. Seu objetivo é aproximar a solução do problema por meio da combinação linear de soluções fundamentais. Ele se destaca dentre os outros métodos de resoluções de equações diferenciais, pois não é necessário nenhum tipo de integração numérica tornando o método menos custoso do ponto de vista computacional. Por outro lado, o MSF é um método muito instável, devido ao mau condicionamento de sua matriz. Uma particularidade do MSF é que as fontes virtuais devem ser posicionadas de forma que não coincidam com o contorno funcional, evitando-se deste modo a singularidade da solução fundamental utilizada.

Para tornar o MSF aplicável a problemas não homogêneos [1], iremos escrever a solução como

$$u = u_h + u_p \tag{1}$$

onde u_h é a solução da equação homogênea e u_p é uma solução particular da equação de Poisson tal que não necessariamente satisfaz as condições de contorno.

$$\nabla^2 u_p = b \tag{2}$$

Para obter a solução particular empregamos o método de interpolação usando funções de base radial com suporte compacto (FBR-SC) de Wendland do tipo C4 [3] e, posteriormente o MSF é utilizado para encontrar a solução homogênea associada, finalmente, compor a solução geral da equação diferencial.

Considere a equação de Poisson

$$\nabla^2 u = 5e^{2x+y} \tag{3}$$

definida no domínio representado por um quarto do círculo $x^2 + y^2 = 1$. As condições de contorno mistas e a representação do problema estão bem definidas na Fig. 1. Para este problema adotou-se a disposição das fontes virtuais em um formato circular com centro no centroide do domínio e utilizou-se um tamanho de suporte $\beta = 0.65$ como parâmetro das funções de base radial com suporte compacto (FBR-SC) de Wendland do tipo C4 [3].

[1] antonionet1230@gmail.com
[2] fabricio.mrj@hotmail.com
[3] iagoabalada@gmail.com
[4] wilianj@gmail.com
[5] edivaldofontes@ufrrj.br

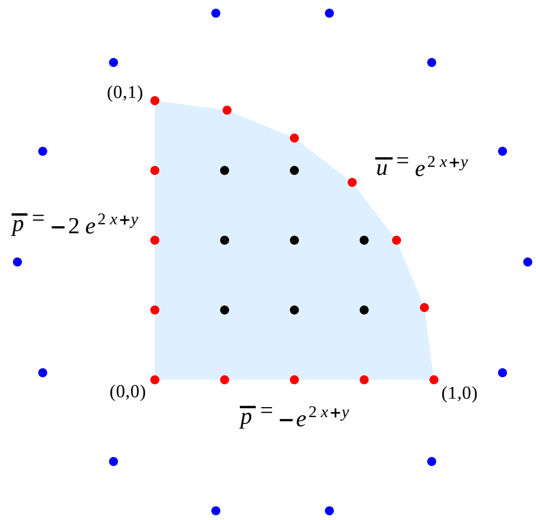

Figura 1: Representação do exemplo.

Na Tabela 1 é apresentado os resultados da solução exata e do MSF, para avaliar a acurácia no método numérico implementado realizou-se o cálculo do erro relativo para cada ponto interno do problema na Fig. 1.

Tabela 1: Potencial nos pontos internos do problema representado pela Fig. 1

x	y	MSF	Exato	Erro(%)
0.75	0.25	5.743	5.754	0.19
0.50	0.25	3.485	3.490	0.14
0.25	0.25	2.097	2.117	0.94
0.25	0.50	2.712	2.718	0.22
0.50	0.50	4.487	4.482	0.11
0.75	0.50	7.396	7.389	0.09
0.50	0.75	5.758	5.755	0.05

O MSF apresentou resultados promissores com o erro relativo máximo de 0.94% para o exemplo escolhido. Serão estudados outros problemas envolvendo a equação de Poisson bem como estudar a influência do parâmetro β utilizado como suporte para as FBR..

Referências

[1] M. A. Golberg. "The method of fundamental solutions for Poisson's equation". Em: **Engineering Analysis with Boundary Elements** 16.3 (1995), pp. 205–213. ISSN: 0955-7997.

[2] V. D. Kupradze e Merab Aleksandrovich Aleksidze. "The method of functional equations for the approximate solution of certain boundary value problems". Em: **Ussr Computational Mathematics and Mathematical Physics** 4 (1964), pp. 82–126.

[3] H. Wendland. "Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree". Em: **Advances in computational Mathematics** 4.1 (1995), pp. 389–396.