

Estudo de Flexibilidade em problema de dimensionamento de lotes para sistemas não balanceados

Gabriel de Souza Amaro,¹Diego Jacinto Fiorotto,²Washington Alves de Oliveira³
FCA/UNICAMP, Limeira, SP

Resumo. Neste trabalho analisa-se os benefícios da flexibilidade de máquinas para o problema de dimensionamento de lotes não balanceado (número de itens maior do que o número de máquinas) em um contexto determinístico. Observa-se que diversos desafios se apresentam quando o sistema é não balanceado, como por exemplo, como construir/representar as configurações clássicas de flexibilidade. Nesse trabalho é proposto uma nova metodologia para se representar as configurações de flexibilidade através de uma abordagem utilizando conjuntos. Para analisar a metodologia desenvolvida, é proposto uma nova formulação matemática para o problema que considera o perfil da configuração de flexibilidade. Os resultados computacionais demonstram que mesmo quando a alocação dos itens às máquinas é realizada com a melhor configuração de flexibilidade, um dos benefícios da flexibilidade aparece como um impacto na redução do custo, e este impacto aumenta quando a alocação não é a melhor configuração.

Palavras-chave. Dimensionamento de Lotes, Análise de Flexibilidade, Sistemas não Balanceados

1 Introdução

A grande competitividade imposta pelo mercado globalizado forçou o desenvolvimento dos processos industriais para enfrentar ambientes mais complexos, em que novas estratégias têm sido produzidas para melhorar a tomada de decisão. Diante deste ambiente altamente competitivo, as empresas precisam otimizar seus serviços e produtos para alcançar margens melhores e se manterem no mercado. As pesquisas em problemas de dimensionamento de lotes se alinham à esta tendência de evolução do processo de decisão. O problema de dimensionamento de lotes consiste em encontrar um planejamento da produção de modo a minimizar os custos de produção e atender a demanda por produtos. Este artigo trata do problema de dimensionamento de lotes com máquinas paralelas flexíveis e possibilidade de atraso no atendimento da demanda. Ao considerar sistemas flexíveis, [4] definem a flexibilidade como a aptidão que uma empresa tem de responder as variações recorrentes no cotidiano da indústria. Essa aptidão pode se apresentar de diversas maneiras, como a habilidade de alterar de maneira não custosa a linha de produção para fabricação de um novo produto, ou alterar o planejamento de produção para lidar com as mudanças na demanda. Neste contexto, a flexibilidade de máquinas pode ser definida como a aptidão que uma máquina tem para fabricar diferentes produtos. Essa aptidão é usualmente representada por uma configuração de flexibilidade, uma ideia que envolve o uso de um grafo bipartido, cujo os vértices em cada partição representam exclusivamente os produtos ou as máquinas e as arestas conectam os vértices entre as partições (representando as opções de produção). Assim, uma configuração de flexibilidade pode ser entendida como uma designação de um certo conjunto de itens à uma máquina [3].

¹gs.amaro@hotmail.com

²fiorotto@unicamp.br

³waoliv@unicamp.br

A quantidade de flexibilidade é definida como a quantidade de ligações existentes (arestas ativas) no grafo. Observa-se que com a mesma quantidade de ligações é possível obter diferentes configurações de flexibilidade. Outro aspecto da configuração de flexibilidade está relacionado à quantidade de itens e máquinas. Na prática, em geral, a quantidade itens é muito maior do que a quantidade de máquinas, daí a importância de se estudar configurações de flexibilidade nesses sistemas que são chamados não balanceados.

Na formulação clássica do problema de dimensionamento de lotes com máquinas paralelas [1], considera-se que cada máquina pode fabricar todos os produtos, essa configuração de flexibilidade é chamada *flexibilidade total*. Observe que quanto mais itens uma máquina puder fabricar (isso é, quanto mais flexível ela for), maior é o investimento necessário em tecnologia, desta forma, é preciso buscar configurações que sejam eficientes e econômicas. Note que, em geral, na prática, as configurações encontradas apresentam *flexibilidade limitada*, isso é, cada máquina pode fabricar uma parte reduzida dos produtos. Nesse trabalho é apresentado uma maneira de se construir configurações de flexibilidade limitada para os sistemas não balanceados.

2 Construção das configurações e formulações para o problema de dimensionamento de lotes com flexibilidade de máquinas

Nesta seção propõem-se uma nova ideia de construção de configurações de flexibilidade de máquinas. Considere N conjunto dos itens e M o conjunto das máquinas, de forma que a quantidade de itens é pelo menos igual a quantidade de máquinas. A ideia associada a essa construção é que é possível fazer uma cobertura do conjunto dos itens, isto é, para cada máquina pode-se atribuir alguns itens, de modo que cada item seja atribuído à somente uma máquina. Portanto, seria obtido um caso de não compartilhamento de produção. É importante observar que essa atribuição não implica em produção do item pela máquina. Caso uma máquina possa também fabricar um item que não foi atribuído à ela, tem-se o caso de compartilhamento da produção dos itens. A definição formal dos conceitos segue.

Sejam $N = \{1, \dots, n\}$ e $M = \{1, \dots, m\}$ conjuntos de índices tais que $n \geq m$. O conjunto $S = \bigcup_{k \in M} S_k$ é a união de m subconjuntos de N tal que S é uma cobertura de N , isto é, $S_k \subseteq N$, $\bigcup_{k \in M} S_k = N$. Em particular, considere que $S_k \neq \emptyset$, $S_j \cap S_k = \emptyset$, $j, k \in M$ e $j \neq k$. Além disso, a entrada $c_{ij} \in \{0, 1\}$ da matriz binária $C = (c_{ij})$ assume o valor um se existe uma ligação entre o elemento $i \in N$ e o elemento $j \in M$ e o valor zero caso contrário. Uma maneira de representar as configurações de flexibilidade é através da matriz de incidência C e toda configuração pode ser representada dessa maneira.

A Figura 1 ilustra o caso em que $|S_j| > 1$, com $S_1 = \{2, 5, 8\}$, $S_2 = \{1, 3\}$, $S_3 = \{4, 6\}$ e $S_4 = \{7, 9\}$. A linha em negrito na figura representa que a máquina é capaz de produzir todos os itens daquele subconjunto que ela está ligada. A partir da configuração apresentada na Figura 1(a) que não apresenta nenhum padrão aparente de configuração foram utilizados os subconjuntos S_k para obter um padrão de configuração conhecido. A Figura 1(b) demonstra a representação da transformação do sistema não balanceado em um novo sistema. Os itens são designados aos conjuntos S_k e é a relação entre os conjuntos S_k com as máquinas que definem o perfil da configuração de flexibilidade. Na Figura 1(b), as ligações mais fracas entre os conjuntos S_k e as máquinas indicam que são ligações possíveis e que dependendo do perfil da configuração de flexibilidade, elas serão ativas ou não. A relação entre os conjuntos S_k e as máquinas é marcada pela matriz Λ , a definição segue.

Seja λ_{kj} o parâmetro de intensidade que limita o compartilhamento de produção de itens entre

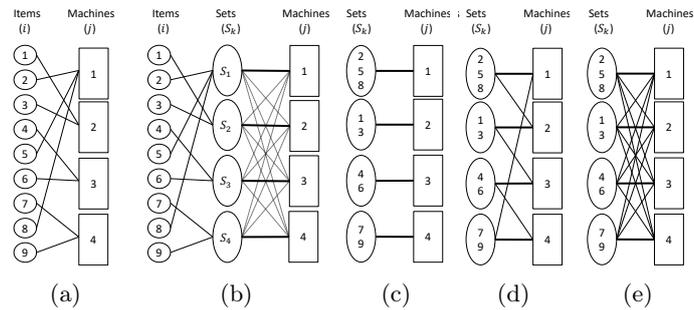


Figura 1: Perfis de configuração de flexibilidade de processo.

as máquinas distintas k e j , ou seja, dado os itens em S_k que são produzidos pela máquina k , λ_{kj} é o máximo de itens em S_k que a máquina j pode produzir. Isso se relaciona com o número de ligações ativas na matriz de incidência C , ou seja, $\sum_{i \in S_k} c_{ij} \leq \lambda_{kj}$. Dessa forma cada matriz binária $C = (c_{ij})$ está relacionada com uma matriz quadrada de intensidade $\Lambda = (\lambda_{kj})$, cujas linhas e colunas referem-se as máquinas. Nesta abordagem, considera-se que cada entrada da diagonal principal de Λ é a cardinalidade do conjunto S_k , ou seja, $\lambda_{kk} = |S_k|$.

Ao observar o novo sistema na Figura 1(c), nota-se que não existe compartilhamento de itens entre as máquinas. Observe que ela apresenta as mesmas ligações que ocorrem na Figura 1(a). Essa configuração produz uma matriz Λ onde somente a diagonal principal é diferente de zero. Em um sistema balanceado, ou seja, quando $|S_k| = 1 \forall k \in M$, a configuração apresentada na Figura 1(c) é conhecida como configuração dedicada, já que cada máquina é dedicada a um item e cada item é dedicado a uma máquina. Em seguida, a Figura 1(d), compartilha uma certa quantidade de itens produzidos (λ_{kj}) entre a máquina k e j . É importante ressaltar que essa configuração apresenta o perfil da regra da cadeia no sistema balanceado, como proposto por [3]. Finalmente, a configuração da Figura 1(e) representa o caso em que quaisquer duas máquinas compartilham produção.

3 Formulação matemática para uma configuração fixa de flexibilidade

Esta seção apresenta uma formulação matemática para o problema de dimensionamento de lotes em que a configuração de flexibilidade é fixa. A configuração de flexibilidade é transmitida à formulação através do parâmetro c_{ij} . Os parâmetros e variáveis do modelo seguem.

Conjuntos

$N = \{1, \dots, n\}$	conjunto dos itens;
$M = \{1, \dots, m\}$	conjunto das máquinas;
$T = \{1, \dots, \tau\}$	conjunto dos períodos.

Parâmetros	
$C = (c_{ij})$	matriz binária indicando se a máquina j tem flexibilidade para produzir o item i ;
d_{it}	demanda do item i no período t ;
sd_{itp}	soma da demanda do item i , do período t até o período p ($p \geq t$);
hc_{it}	custo do estoque do item i no período t ;
bc_{it}	custo de atraso do item i no período t ;
sc_{ijt}	custo de preparação de máquina do item i na máquina j no período t ;
vc_{ijt}	custo de produção do item i na máquina j no período t ;
st_{ijt}	tempo de preparação de máquina para o item i na máquina j no período t ;
vt_{ijt}	tempo de produção do item i na máquina j no período t ;
Cap_{jt}	capacidade (em unidades de tempo) da máquina j no período t .
Variáveis	
x_{ijt}	número de unidades produzidas do item i na máquina j no período t ;
y_{ijt}	variável binária, indicando se existe produção ou não do item i na máquina j no período t
s_{it}	quantidade de estoque do item i no final do período t ;
b_{it}	quantidade de itens i atrasados no final do período t .

A primeira formulação matemática (Modelo 1) para o problema é apresentada na sequência.

$$\text{Min } F(x_{ijt}, y_{ijt}, s_{it}, b_{it}) = \sum_{j \in J} \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} c_{ij}(sc_{ijt}y_{ijt} + vc_{ijt}x_{ijt}) + \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} (hc_{it}s_{it} + bc_{it}b_{it}) \quad (1)$$

$$\text{s.a } s_{i(t-1)} + b_{it} + \sum_{j \in M} c_{ij}x_{ijt} = d_{it} + s_{it} + b_{i(t-1)}, \quad i \in N, \quad t \in T; \quad (2)$$

$$x_{ijt} \leq \min\{(Cap_{jt} - st_{ijt})/vt_{ijt}, sd_{i1\tau}\}c_{ij}y_{ijt}, \quad i \in N, \quad j \in M, \quad t \in T; \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} c_{ij}(st_{ijt}y_{ijt} + vt_{ijt}x_{ijt}) \leq Cap_{jt}, \quad j \in M, \quad t \in T; \quad (4)$$

$$y_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad x_{ijt} \geq 0, \quad i \in N, \quad j \in M, \quad t \in T; \quad (5)$$

$$s_{it} \geq 0, \quad s_{i0} = 0, \quad s_{i\tau} = 0, \quad b_{it} \geq 0, \quad b_{i0} = 0, \quad i \in N, \quad t \in T. \quad (6)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total, composto pelo custo de produção, preparação de máquina, estoque e atraso. As equações (2) realizam o balanceamento de estoque, (3) bloqueiam a produção do item i no período t na máquina j caso a preparação de máquina não seja realizada. Em (4) a produção é limitada à capacidade da máquina. Finalmente, (5) e (6) apresentam o domínio das variáveis.

Essa formulação permite a análise do benefício da flexibilidade quando a empresa já possui o seu maquinário com a flexibilidade definida, isso é, já é conhecido quais itens cada máquina pode produzir. A partir da solução do modelo, tomada como base, é possível adicionar novas ligações, ou seja, adicionar flexibilidade e verificar a economia em termos de custo total. Portanto, na prática, se é possível adaptar a máquina para a produção de um novo item, e o custo associado à essa mudança é menor do que o benefício da flexibilidade, é vantajoso efetivar a mudança.

3.1 Formulação matemática para configuração ótima dado um orçamento de flexibilidade

Se inspirando nas ideias propostas por [2], nessa seção é proposto um modelo em que dado uma quantidade de ligações, a solução do modelo apresenta a configuração de flexibilidade e o planejamento ótimo da produção. Os novos parâmetros e variáveis do modelo seguem.

Parâmetros

f Quantidade de ligações permitidas;

Variáveis

u_{ij} variável binária indicando se o item i pode ser produzido na máquina j .

A segunda formulação matemática (Modelo 2) para o problema é composto pelo modelo um e as restrições que seguem.

$$y_{ijt} \leq u_{ij} \quad \forall i \in N, \quad j \in M, \quad t \in T; \tag{7}$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in M} u_{ij} \leq f; \tag{8}$$

$$u_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \quad j \in M. \tag{9}$$

As restrições (7) bloqueiam a preparação de máquina, caso a máquina j não tenha flexibilidade para produzir o item i . A restrição (8) limita a quantidade de ligações para a configuração de flexibilidade. As restrições (9) representam o domínio das variáveis.

Assim, esse modelo lida com a configuração de flexibilidade diretamente no sistema não balanceado, independente do perfil da configuração de flexibilidade, por isso, esse modelo é mais livre do que o anterior. Vale ressaltar que a restrição da quantidade de flexibilidade pode ser entendida como uma restrição orçamentária, em que cada ligação adicional tem um custo. Observe que dada a configuração ótima obtida pelo modelo, é totalmente possível agrupar os itens em busca de um perfil de configuração de flexibilidade.

4 Experimentos numéricos

O objetivo dos experimentos é analisar o benefício do uso de flexibilidade de máquinas para sistemas não balanceados a partir de diferentes configurações construídas. Os modelos foram codificados em linguagem Python 3.6 e resolvidos via *Solver* CPLEX 12.10 em um computador com 2 processadores Intel Xeon Six Core 5680 de 3.33GHz com 36GB de memória RAM. Cada execução do *Solver* foi realizada usando uma única *Thread* e limitada a 3600 segundos.

O conjunto de dados usados para gerar os exemplares é baseado na literatura para problemas de dimensionamento de lotes. Mais especificamente, ele é uma adaptação de alguns exemplares propostos por [5]. Cada classe de exemplares é caracterizada por uma combinação de diferentes quantidades de itens (6, 12 ou 24) e máquinas (4 ou 6). Para todas as classes a quantidade de períodos foi fixada em 12. Para os exemplares de 6 e 24 itens, foram geradas 6 capacidades, enquanto que para 12 itens, 10 capacidades.

A primeira configuração de flexibilidade, denominada configuração básica 1 (B1), é uma configuração de flexibilidade relacionada a uma solução do Modelo 1, onde não existe compartilhamento de produção de itens. Conforme ilustrado na Figura 1(c), observe que $S_1 = \{1, 5, 9\}$, $S_2 = \{2, 6\}$, $S_3 = \{3, 7\}$, $S_4 = \{4, 8\}$ é um exemplo para este tipo de configuração de flexibilidade considerando 4 máquinas e 9 itens. Diferentemente da regra básica que gera a configuração B1, todas as demais configurações de flexibilidade são obtidas ao considerar que as máquinas agora podem diversificar o compartilhamento de produção de itens. A configuração denominada Chain 1 (C1) também está associada a solução do Modelo 1. Conforme está ilustrado na Figura 1(d), ela apresenta compartilhamento limitado de produção de itens entre máquinas e, de acordo com a nomenclatura conhecida da literatura, ela forma uma cadeia longa de ligações entre itens e máquinas. Por outro lado, a configuração denominada Total 1 (T1) está associada a solução do Modelo 1, apresenta compartilhamento total de produção de itens conforme está ilustrado na Figura 1(e). Finalmente, as duas últimas configurações de flexibilidade estão associadas às soluções do Modelo 2 e são formadas de acordo com duas escolhas para o valor do parâmetro f , ou seja, a quantidade total de ligações permitidas entre itens e máquinas ($f = n$ e $f = 1.5n$).

A Tabela 1 apresenta a média do custo total relativo (CTR) para todos os tamanhos, configurações e intensidades. Observa-se que o CTR é a razão entre o valor da função objetivo de uma configuração de flexibilidade sobre a configuração base, assim, é possível medir a economia gerada na função objetivo ao alterar certas características da configuração de flexibilidade. Antes de analisar o CTR, observa-se que o gap médio das instâncias que não chegaram a otimalidade em até 1 hora foi de 2,1%. Primeiramente, vamos analisar as configurações de flexibilidades obtidas com o Modelo 1. A configuração C1 obteve, em média, um CTR igual a 66%. Isso significa que dado uma configuração fixa e sem compartilhamento da produção dos itens entre as máquinas e itens (configuração base), é possível obter uma economia de 34% ao adaptar as máquinas para que elas sejam flexíveis utilizando a configuração C1. Ao observar a configuração T1, em média, foi possível obter um CTR de cerca de 51%, ou seja, com a adição de mais algumas ligações, houve a redução de aproximadamente 15% do CTR em relação a configuração C1. As configurações do Modelo 3 mostram que, em média, a configuração $L3_{f=n}$ obteve um CTR igual a 46%, ligeiramente melhor que a configuração B2. Por fim, a configuração $L3_{f=1.5n}$, com apenas $1.5n$ ligações, obteve um CTR, em média, igual a 44.6%, uma diferença de apenas 0.1% da configuração T1. Portanto, pode-se concluir de que uma quantidade de ligações entre n e $1.5n$ é suficiente para atingir o mesmo desempenho que a configuração total de intensidade máxima.

Tabela 1: Custo Total Relativo - CTR.

Tamanho	Intensidade	B1	C1	T1	$L3_{f=n}$	$L3_{f=1.5n}$
6i12p4m	1	100	50,9	37,4	36,7	32,3
	2	100	43,5	32,1	36,7	32,3
	Med.	100	47,2	34,7	36,7	32,3
	1	100	78,6	50,5	36,5	34,9
12i12p4m	2	100	59,5	39,8	36,5	34,9
	3	100	51,4	34,8	36,5	34,9
	Med.	100	63,2	41,7	36,5	34,9
	1	100	78,8	64,1	56,6	55,5
12i12p6m	2	100	70,1	55,4	56,6	55,5
	Med.	100	74,5	59,8	56,6	55,5
	1	100	83,6	70,4	44,6	44,0
	2	100	77,2	61,0	44,6	44,0
25i12p4m	3	100	74,0	59,2	44,6	44,0
	4	100	69,8	51,5	44,6	44,0
	5	100	62,2	47,2	44,6	44,0
	6	100	59,5	45,8	44,6	44,0
	Med.	100	71,1	55,8	44,6	44,0
	1	100	84,1	69,9	57,0	56,3
25i12p6m	2	100	74,8	61,8	57,0	56,3
	3	100	71,2	58,4	57,0	56,3
	4	100	66,1	57,2	57,0	56,3
	Avg.	100	74,1	61,8	57,0	56,3
Avg.		100	68,0	52,7	46,6	45,2

A Figura 2 ilustra graficamente o CTR das instâncias de 12 itens, separado por intensidade e capacidade para cada um dos modelos propostos. Observe que Modelo 1 (considerando C1 e T1 somente), apresenta o CTR mais alto. É interessante observar o efeito da intensidade no Modelo 1. Aumentar a intensidade (logo, a quantidade de flexibilidade) permite obter uma economia em relação ao cenário sem flexibilidade. Note que a maior economia ocorreu nas capacidades intermediárias (entre 600 e 900). Observe ainda que na intensidade 2 (intensidade máxima para as instâncias de 12 itens), as configurações fixas de flexibilidade (Modelo 1) ficaram próximas às curvas do Modelo 2 (nas capacidades altas), o que é razoável já que a curva do Modelo 1 contempla a configuração total na sua intensidade máxima, que é o melhor caso em termos do CTR.

5 Considerações Finais

Neste trabalho foram estudados os benefícios da flexibilidade de máquinas no problema de dimensionamento de lotes em sistemas não balanceados. Observa-se que não foi encontrado na literatura estudos em contexto determinístico para esse problema. Quanto aos resultados computacionais obtidos, foi possível mostrar que a maior parte das configurações não utilizam toda

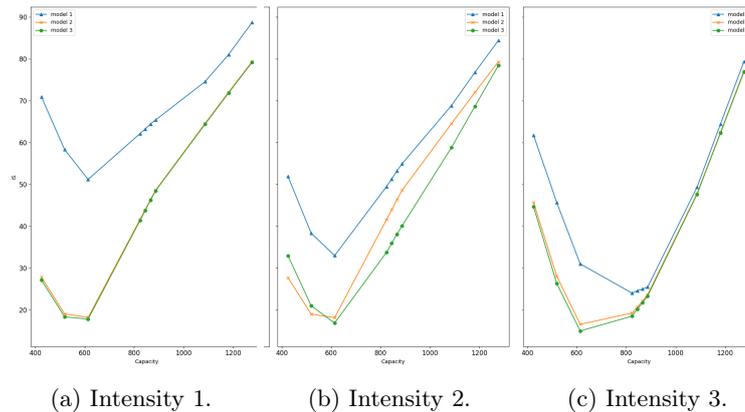


Figura 2: Custo Total Relativo (CTR).

a flexibilidade permitida. Em segundo lugar, a decisão de alocação dos itens às máquinas tem impacto substancial nos indicadores. Ainda, mesmo quando a alocação é ótima, aumentar a flexibilidade (intensidade) pode melhorar o desempenho em relação à um cenário sem flexibilidade. Finalmente, há indícios de que a quantidade de ligações utilizada na solução ótima está entre n e $1.5n$. Quanto as perspectivas de trabalho futuro, sugere-se estudar métodos de solução para o modelo com objetivo de resolver instâncias de tamanho maior e avaliar o impacto nos benefícios da flexibilidade.

Agradecimentos

Este trabalho teve apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (processos 2019/01145-9 e 2018/18754-5), Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo - CENAPAD-SP e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (processos 405048/2018-1, 304561/2021-5 e 309925/2021-5).

Referências

- [1] D. J. Fiorotto, S. A. De Araujo e R. Jans. “Hybrid methods for lot sizing on parallel machines”. Em: **Computers and Operations Research** 63 (2015), pp. 136–148.
- [2] D. J. Fiorotto, R. Jans e S. A. de Araujo. “Process flexibility and the chaining principle in lot sizing problems”. Em: **International Journal of Production Economics** 204 (2018), pp. 244–263.
- [3] W. C. Jordan e Graves S. C. “Principles on the Benefits of Manufacturing Process Flexibility”. Em: **Management Science** 41.4 (1995), pp. 577–594.
- [4] A. K. Sethi e S. P. Sethi. “Flexibility in manufacturing: a survey”. Em: **International Journal of Flexible Manufacturing Systems** 2.4 (1990), pp. 289–328.
- [5] F. M. B. Toledo e V. A. Armentano. “A Lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines”. Em: **European Journal of Operational Research** 175.2 (2006), pp. 1070–1083.