

As Relações da Viscosidade e do Tempo de Relaxação com a Pressão no OpenFOAM[®]

Luiz Haines Júnior¹; Gilcilene Sanchez de Paulo²

Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática e Computação, Presidente Prudente, SP

Resumo. Este trabalho apresenta estudos numéricos para escoamentos de fluidos viscoelásticos em que a viscosidade polimérica η_P e o tempo de relaxação λ variam linearmente com a pressão p . As modelagens da viscosidade polimérica e do tempo de relaxação dados em função da pressão foram implementadas nos *software* OpenFOAM[®] e *rheoTool*, os quais foram utilizados para os presentes estudos. Resultados de verificação desta metodologia implementada e estudos da sensibilidade de parâmetros no comportamento de escoamentos totalmente desenvolvidos em um canal serão apresentados.

Palavras-chave. OpenFOAM[®], *rheoTool*, Viscosidade Dependendo da Pressão, Tempo de relaxação Dependendo da Pressão, Canal.

1 Introdução

O estudo de escoamentos viscoelásticos tem ampla relevância científica e aplicabilidade na indústria. Nas últimas décadas foram desenvolvidas diversas teorias, originando uma variedade de equações constitutivas, que tentam modelar o complexo comportamento de fluidos viscoelásticos [2, 3, 6].

Dados os desafios e importância do estudo desse tipo de fluido, vários *software* CFD implementam aplicações para realizar tais simulações. Um destes *software* é o OpenFOAM[®], uma aplicação de código aberto baseada no método dos volumes finitos. Um código que estende as capacidades do OpenFOAM[®], intitulado *rheoTool* [8], foi lançado por Pimenta e Alves, no qual foi implementada a metodologia Log-conformation e novas abordagens para os esquemas de interpolação dos termos convectivos [7]. Entretanto, a implementação do *rheoTool* ainda não permite a utilização de modelos que levam em consideração a variação da viscosidade e/ou do tempo de relaxação com a pressão. A importância da viscosidade dependendo da pressão tem sido vista em problemas que envolvem lubrificação, processamento de alimentos e o bombeamento de combustível, ([4, 9]).

Stokes, em 1845, reconheceu em [10] a existência de uma relação entre a viscosidade e a pressão. Posteriormente, Barus [1] mostrou experimentalmente o crescimento da viscosidade com o aumento da pressão e sugeriu modelagens exponencial e linear. Karra et al. [5] incluíram no modelo UCM as variações da viscosidade e do tempo de relaxação com respeito a pressão, para estudar um problema de valor de contorno que modela o escoamento entre placas paralelas, onde a placa inferior está em repouso e a placa superior move-se a uma velocidade periódica no tempo, e obtiveram resultados teóricos e numéricos distintos da modelagem padrão.

A fim de contribuir nesta linha, este trabalho inclui no *rheoTool* as implementações da viscosidade polimérica e do tempo de relaxação do fluido como funções da pressão, substituindo na formulação matemática estas funções onde no modelo padrão são apenas constantes.

¹luiz.haines@unesp.br

²gilcilene.sanchez@unesp.br

Para iniciar os estudos numéricos do comportamento de escoamentos viscoelásticos em que a pressão altera os valores da viscosidade polimérica e do tempo de relaxação do fluido, este trabalho apresenta ensaios numéricos do problema clássico do escoamento totalmente desenvolvido em um canal bidimensional (ver Figura 1) utilizando fluidos viscoelásticos modelados pela equação constitutiva UCM, utilizando a abordagem onde tanto a viscosidade polimérica quanto o tempo de relaxação dependem igualmente da pressão. Primeiramente serão apresentados os resultados de verificação da metodologia numérica e posteriormente os estudos mais detalhados sobre a influência destas modelagens nestes escoamentos.

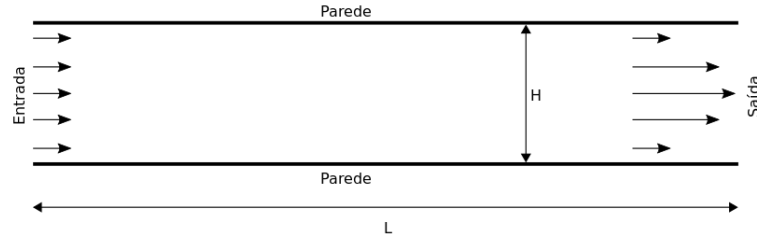


Figura 1: Esboço do domínio para o escoamento em um canal bidimensional.

2 Modelagem Matemática

Os escoamentos de fluidos são modelados pelas equações de Navier-Stokes, as quais são representadas matematicamente as leis físicas de conservação. Neste trabalho as equações serão simplificadas para escoamentos incompressíveis, isotérmicos e laminares. Além disso, são modelados fluidos viscoelásticos de acordo com o modelo UCM, com a viscosidade polimérica (η_P) e o tempo de relaxação (λ) variando linearmente com a pressão. Assim, temos o escoamento do fluido modelado por

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{v}) \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_P \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_P + \lambda(p) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_P = \eta_P(p) \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right) \quad (3)$$

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_P = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_P}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\boldsymbol{\tau}_P) - \boldsymbol{\tau}_P \cdot \nabla \mathbf{v} - (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \boldsymbol{\tau}_P \quad (4)$$

$$\eta_P(p) = \eta_{P_0} (1 + \gamma (p - p_{ref})) \quad (5)$$

$$\lambda(p) = \lambda_0 (1 + \gamma (p - p_{ref})) \quad (6)$$

onde ρ é a massa específica constante do fluido, \mathbf{v} é o vetor velocidade, p é a pressão, $\boldsymbol{\tau}_P$ é o tensor extra-tensão polimérico, η_{P_0} e λ_0 a viscosidade do polímero e o tempo de relaxação, respectivamente, a uma pressão de referência p_{ref} , a qual neste trabalho será considerada como sendo zero, e γ o coeficiente da viscosidade dependendo da pressão.

Neste trabalho considera-se o escoamento de um fluido entre duas placas paralelas, como esboçado na Figura 1 com $L = 20m$ e $H = 1m$. As condições de contorno para as variáveis velocidade (\mathbf{v}), pressão (p) e tensor extra-tensão polimérico ($\boldsymbol{\tau}_P$) foram adotadas como a seguir, de acordo com o tipo de contorno: entrada: $v_x = U = 1$, $v_y = \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ e $\boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{0}$, parede: $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ e $\boldsymbol{\tau}_P$ por extrapolação linear, saída: $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_P}{\partial x} = \mathbf{0}$ e $p = 0$. Por simplicidade, as unidades de medida foram omitidas, lembrando que o OpenFOAM[®] e o *rheoTool* utilizam as variáveis na

forma dimensional, sendo m , m/s , Kg/ms^2 e Nm^{-2} as unidades de medida para o comprimento ou a largura (L , H), a velocidade (\mathbf{v}), a pressão (p) e o tensor polimérico ($\boldsymbol{\tau}_P$), respectivamente.

Para efeito de comparação, para que as escalas, dimensões e unidades de medidas das propriedades não interfiram, os resultados serão apresentados na forma adimensional. Sendo assim, surgem números e parâmetros importantes e conhecidos na literatura: o número de Reynolds ($Re = \frac{\rho U H}{\eta_{P_0}}$), o número de Deborah ($De = \frac{\lambda_0 U}{H}$). Além disso, as variáveis \mathbf{v} , p , $\boldsymbol{\tau}_P$ e γ são normalizadas por U , $\frac{\eta_{P_0} U}{H}$, $\frac{\eta_{P_0} U}{H}$ e $\frac{H}{\eta_{P_0} U}$, respectivamente

3 Verificação da Metodologia Numérica

A metodologia numérica utilizada para resolver as equações que modelam escoamentos visco-elásticos, incompressíveis e isotérmicos, em que a viscosidade polimérica e o tempo de relaxação do fluido variam de acordo com a pressão foi implementada no *rheoTool* ([7, 8]), sendo todas estas aproximações realizadas pelo método dos volumes finitos. Os resultados numéricos foram gerados utilizando o método SIMPLE para solucionar as variáveis primitivas velocidade e pressão.

Primeiramente, será apresentada uma análise de convergência espacial da solução numérica do escoamento totalmente desenvolvido em um canal bidimensional. Para isto, sete tipos de malhas são consideradas com as seguintes configurações: $M_1 = (0.5, 0.1, 400)$, $M_2 = (0.25, 0.05, 1600)$, $M_3 = (0.16666, 0.03333, 2820)$, $M_4 = (0.125, 0.025, 5000)$, $M_5 = (0.08333, 0.01666, 11280)$, $M_6 = (0.0625, 0.0125, 20000)$ e $M_7 = (0.03125, 0.00625, 80000)$, em que as componentes da terna representam espaçamentos na direções x e y e o número de células como $(\delta_x^{min}, \delta_y, \text{Células})$.

Os parâmetros para as simulações da verificação numérica são: $\rho = 0.01 Kg/m^3$, $U = v_x = 1m/s$, $H = 1m$, $\eta_{P_0} = 1Kg/(ms)$, $\lambda_0 = 0.5s$, e $\gamma = 0$ e $10^{-3}ms^2/Kg$, levando a $Re = 0.01$ e $De = 0.5$, no modelo UCM.

Para estimar o erro e a ordem de convergência espacial da metodologia numérica implementada, os valores das componentes v_x , $\tau_{P_{xx}}$ e $\tau_{P_{xy}}$ foram extraídos de um corte transversal ao canal em $x = 16m$. A solução da malha mais fina, M_7 , é utilizada como solução de referência. Os erros relativos foram calculados utilizando a norma- l_2 e podem ser visualizados na Figura 2, com respeito aos valores $h = \delta_y$ na escala log-log.

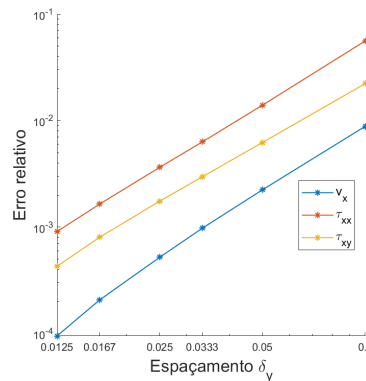


Figura 2: Erro relativo das variáveis v_x , $\tau_{P_{xx}}$ e $\tau_{P_{xy}}$ (eixo-y) com relação ao espaçamento δ_y (eixo-x) das malhas M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 e M_6 (em escala log-log).

Considerando que foram utilizadas predominantemente discretizações de ordem 2, estes resul-

tados apresentados na Figura 2 eram esperados.

Desta forma, com o apoio destes resultados, que apontam para uma convergência espacial de ordem pelo menos 2 da nova metodologia numérica implementada no OpenFOAM[®] e *rheoTool*, pode-se concluir que esta metodologia numérica é eficaz para solucionar escoamentos de fluidos viscoelásticos em que a viscosidade e, também, o tempo de relaxação variam de acordo com as alterações dos valores da pressão nestes escoamentos.

4 Influência dos Parâmetros

Nesta seção é analisado o comportamento dos escoamentos viscoelásticos quando tanto a viscosidade polimérica quanto o tempo de relaxação dependem linearmente da pressão. Os fluidos viscoelásticos são modelados com base no modelo UCM como apresentado na seção 2, em que a viscosidade polimérica (η_P) e o tempo de relaxação (λ) presentes no modelo UCM (equação (3)) serão expressos, respectivamente, pelas equações (5) e (6).

Os parâmetros importantes que serão analisados são o tempo de relaxação, em termos do número adimensional De , e o coeficiente γ , que está diretamente ligado ao crescimento da viscosidade polimérica e do tempo de relaxação.

4.1 A Influência do Parâmetro γ

Para analisar a influência do parâmetro γ foram realizadas simulações para o modelo UCM com $Re = 0.01$, $De = 0.5$ e $\gamma = 0, 2 \cdot 10^{-3}, 4 \cdot 10^{-3}, 6 \cdot 10^{-3}, 8 \cdot 10^{-3}$ e $1 \cdot 10^{-2}$, onde $\gamma = 0$ equivale ao modelo viscoelástico UCM padrão.

A Figura 3 detalha o comportamento distinto entre a velocidade v_x e as componentes $\tau_{P_{xx}}$ e $\tau_{P_{xy}}$ do tensor polimérico, no novo modelo, em que a viscosidade e o tempo de relaxação variam linearmente com a pressão.

Na Figura 3a podemos observar a presença de dois pontos, y_1 e y_2 com $0.2 \leq y_1 \leq 0.4$ e $0.6 \leq y_2 \leq 0.8$, nos quais a velocidade v_x é idêntica em ambas as modelagens. Além disso, nota-se que há um aumento na velocidade v_x em $y_1 < y < y_2$, com o pico máximo sendo alcançado no eixo de simetria do canal. E em $0 < y < y_1$ e $y_2 < y < 1$ há uma redução na velocidade v_x , se comparado ao modelo padrão.

Desta forma, com o aumento do parâmetro γ , há uma maior diferença entre o perfil de velocidade v_x da nova modelagem com relação a modelagem padrão, deixando de ter um perfil parabólico e assumindo um perfil mais triangular.

Nas Figuras 3b e 3c notamos que não há variação das tensões no eixo de simetria do canal ($y = 0.5$), onde todas as componentes do tensor assumem valor nulo. Observamos também que, quanto maior o valor do parâmetro γ , maior é o valor da componente $\tau_{P_{xx}}$, e, de forma similar, o aumento de γ leva a um aumento do valor absoluto da componente $\tau_{P_{xy}}$.

A Figura 4 exibe o gráfico da pressão, retirada no eixo de simetria em $y = 0.5$ e $5 \leq x \leq 20$, para $\gamma = 0, 2 \cdot 10^{-3}, 4 \cdot 10^{-3}, 6 \cdot 10^{-3}, 8 \cdot 10^{-3}$ e $1 \cdot 10^{-2}$. Nota-se que, com o aumento do parâmetro γ , há um aumento nos valores da pressão ao longo do canal, e a queda de pressão deixa de ser linear, ou seja, $\partial p / \partial x$ deixa de ser constante.

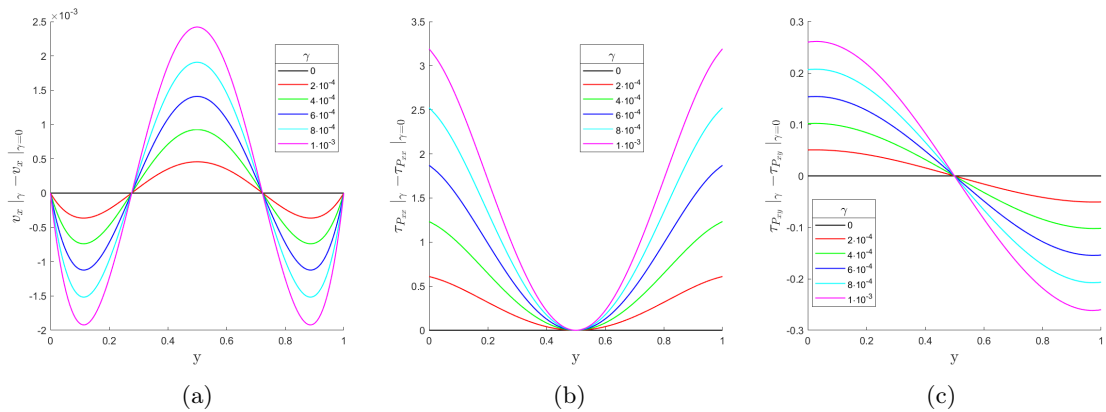


Figura 3: Variação da velocidade v_x ($v_x|_{\gamma} - v_x|_{\gamma=0}$) (a), do tensor $\tau_{P_{xx}}$ ($\tau_{P_{xx}}|_{\gamma} - \tau_{P_{xx}}|_{\gamma=0}$) (b) e do tensor $\tau_{P_{xy}}$ ($\tau_{P_{xy}}|_{\gamma} - \tau_{P_{xy}}|_{\gamma=0}$) (c), retirados de um corte em $x = 16$ para diferentes valores de γ .

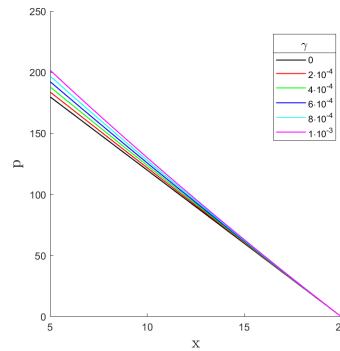


Figura 4: Valores da pressão retirados do centro do canal a partir de $x = 5$, para diferentes valores de γ .

4.2 A Influência do Número de Deborah (De)

A análise da influência do número de Deborah (De) é realizada a partir de simulações com $De = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ e 0.5 , e considerando $Re = 0.01$ fixo. São consideradas as equações (5) e (6), onde a viscosidade polimérica e o tempo de relaxação variam linearmente com a pressão para $\gamma = 10^{-3}$.

As Figuras 5a, 6a e 6b apresentam, respectivamente, as comparações entre as variações nos valores das componentes velocidade v_x , tensor polimérico $\tau_{P_{xx}}$ e $\tau_{P_{xy}}$, retirados de um corte transversal em $x = 16$ e $0 \leq y \leq 1$. Podemos observar na Figura 5a, a variação do perfil de velocidade v_x entre $\gamma = 10^{-3}$ (novo modelo) e $\gamma = 0$ (modelo padrão) para $De = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ e 0.5 , que o aumento do número de Deborah leva a uma maior variação no perfil de velocidade v_x entre as modelagens, deixando de ter o comportamento do clássico perfil parabólico do modelo padrão. Este comportamento também é observado para outros valores de γ , como pode ser observado na Figura 5b, onde são apresentados os valores máximos da velocidade v_x para $De = 0.1, 0.3$ e 0.5 , e $\gamma = 0, 2 \cdot 10^{-4}, 4 \cdot 10^{-4}, 6 \cdot 10^{-4}, 8 \cdot 10^{-4}$ e $1 \cdot 10^{-3}$. Assim, os perfis de velocidade v_x na nova modelagem distanciam-se da modelagem padrão tanto com o aumento de γ quanto com o aumento do número de Deborah.

A Figura 6a exibe a diferença entre as tensões $\tau_{P_{xx}}$ ($\tau_{P_{xx}}|_{\gamma=10^{-3}} - \tau_{P_{xx}}|_{\gamma=0}$) para $De = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ e 0.5 . Podemos notar que o aumento do número de Deborah (De) induz a um aumento no valor de $\tau_{P_{xx}}$ entre as parede e o eixo de simetria do canal. Também observa-se que no eixo de simetria não há diferença entre as tensões, todas são nulas. Já para o tensor $\tau_{P_{xy}}$ (ver Figura 6b) observamos que as linhas da tensão para diferentes valores de De cruzam-se em três pontos, sendo um no eixo de simetria ($y = 0.5$), onde a componente $\tau_{P_{xy}}$ é nula para todos os valores de De , e em mais dois pontos y_1 ($0.055 \leq y_1 \leq 0.006$) e y_2 ($0.94 \leq y_2 \leq 0.945$), próximos à parede do canal. Ressalta-se que o aumento do valor De leva a uma aumento no valor absoluto da tensão $\tau_{P_{xy}}$ em $y \in (y_1, y_2)$. Entretanto, em $y \in (0, y_1)$ e $y \in (y_2, 1)$, o aumento do valor De leva a uma redução no valor absoluto da tensão $\tau_{P_{xy}}$ (para um valor γ fixo).

A Figura 6c exibe a queda da pressão ao longo do eixo de simetria do canal, em $y = 0.5$ e $5 \leq x \leq 20$. São apresentados os valores da pressão para $Re = 0.01, \gamma = 10^{-3}$ e $De = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ e 0.5 . Podemos notar que a variação no valor do número de Deborah (De) exerce uma pequena influência nos valores da pressão, que aumenta a medida que o valor de De também aumenta.

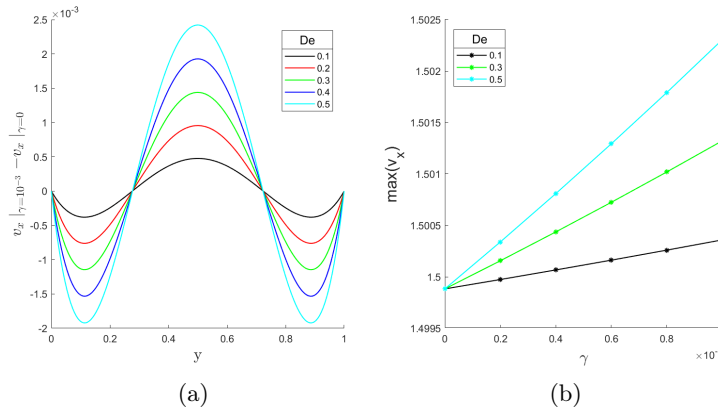


Figura 5: Variação da velocidade ($v_x|_{\gamma=10^{-3}} - v_x|_{\gamma=0}$) (a) e valores máximos da velocidade (obtidos no centro do canal) para $\gamma = 0, 2 \cdot 10^{-4}, 4 \cdot 10^{-4}, 6 \cdot 10^{-4}, 8 \cdot 10^{-4}$ e $1 \cdot 10^{-3}$, retirados de um corte em $x = 16$ para diferentes valores de De .

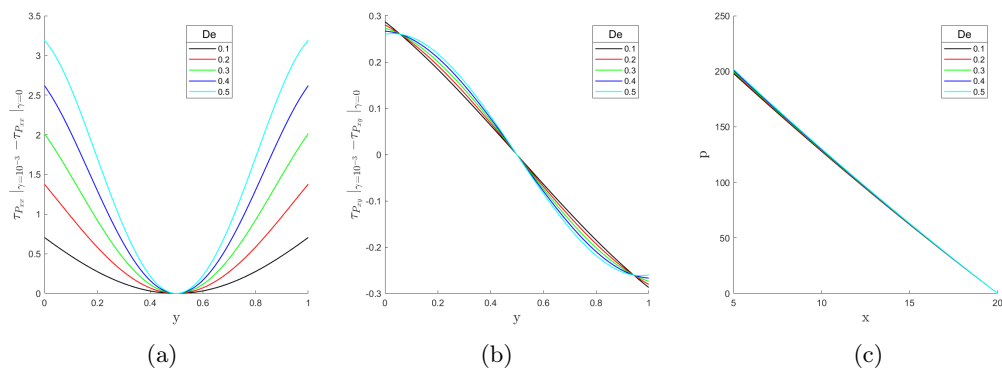


Figura 6: Variação do tensor $\tau_{P_{xx}}$ ($\tau_{P_{xx}}|_{\gamma=10^{-3}} - \tau_{P_{xx}}|_{\gamma=0}$) (a) e Variação do tensor $\tau_{P_{xy}}$ ($\tau_{P_{xy}}|_{\gamma=10^{-3}} - \tau_{P_{xy}}|_{\gamma=0}$) (b), retirados de um corte em $x = 16$ para diferentes valores de De . Valores da pressão retirados do centro do canal a partir de $x = 5$, para diferentes valores de De (c).

5 Considerações Finais

O maior foco deste trabalho foi realizar um estudo paramétrico para a nova modelagem a fim de analisar a influência da pressão na viscosidade e no tempo de relaxação e, conseqüentemente, no comportamento dos escoamentos.

Foram realizadas simulações com diferentes valores de De e γ . As mudanças no perfil de velocidade, tensão e pressão tornam-se mais significativas a medida que De e γ também aumentam. Em todos os casos a variação máxima da velocidade entre o modelo padrão ($\gamma = 0$) e as modelagens com dependência da pressão não foram superiores a $2.6 \cdot 10^{-3}$. Destaca-se que o perfil da pressão, avaliado no eixo de simetria do canal em $y = 0.5$ e $5 \leq x \leq 20$, deixa de ter uma queda linear, ou seja, $\partial p / \partial x$ deixa de ser uma constante negativa, e a queda da pressão passa a ter um comportamento exponencial. Os valores das componentes do tensor $\tau_{P_{xx}}$ e $\tau_{P_{xy}}$ obtidos na nova modelagem implementada foram maiores, em valor absoluto no caso do $\tau_{P_{xy}}$, do que os valores obtidos no modelo padrão. Além disso, ao aumentar o parâmetro De , para um γ constante, foi observado uma redução na tensão $\tau_{P_{xy}}$ próximo a parede do canal.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

- [1] C. Barus. “Note on the Dependence of Viscosity on Pressure and Temperature”. Em: **Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences** 27 (1891), pp. 13–18.
- [2] R. B. Bird, R. C. Armstrong e O. Hassager. **Dynamics of Polymeric Liquids**. Vol. 1. Fluid Mechanics. New York: Wiley, 1977.
- [3] R. B. Bird et al. **Dynamics of Polymeric Liquids**. Vol. 2. second ed. New York: Wiley, 1987.
- [4] C. Callegos F.J. Martinez-Boza M.J. Martin-Afonso e M. Fernández. “High-pressure behavior of intermediate fuel oils”. Em: **Energy Fuels** 25 (2011), pp. 5138–5144.
- [5] S. Karra, V. Prusa e K. R. Rajagopal. “On Maxwell fluids with relaxation time and viscosity depending on the pressure”. Em: **International Journal of Non-Linear Mechanics** 46 (2011), pp. 819–827.
- [6] R.G. Owens e T.N. Phillips. **Computational Rheology**. London: Imperial College Press, 2002.
- [7] F. Pimenta e M. A. Alves. “Stabilization of an open-source finite-volume solver for viscoelastic fluid flows”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 239 (2017), pp. 85–104.
- [8] F. Pimenta e M.A. Alves. **rheoTool**. <https://github.com/fppimenta/rheoTool>. 2016.
- [9] G. W. Roberts e K. Walters. “On viscoelastic effects in journal-bearing lubrication”. Em: **Rheologica Acta** 31 (1992), pp. 55–62.
- [10] G.G. Stokes. “On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of Equilibrium and Motion of Elastic Solids”. Em: **Transactions of the Cambridge Philosophical Society** 8 (1845), pp. 287–305.