

Abordagem Fuzzy do Modelo de Solow: Global e Nacional

Paulo Victor Santana,¹ Rosana Motta Jafelice,² José Waldemar da Silva³

FAMAT/UFU, Uberlândia, MG

Julio Fernando Costa Santos⁴

IERI/UFU, Uberlândia, MG

O objetivo deste trabalho é estimar a taxa de poupança do modelo clássico de Solow, como uma variável de saída de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF) com as variáveis de entrada: o consumo das famílias em relação ao Produto Interno Bruto (PIB), o saldo em transações correntes, também empregado na obtenção do PIB e a taxa de juros real. Desta forma, utiliza-se dois sistemas neuro-fuzzy distintos, o *Adaptive Neuro-fuzzy Inference System* (ANFIS) e o *Hybrid Neural Fuzzy Inference System* (HyFIS), que têm como método de inferência Takagi-Sugeno e Mamdani [1], respectivamente. O estudo referente a taxa de poupança é realizado em dois contextos, o primeiro com dados globais de 74 países, de 2016 a 2018, para o treinamento dos sistemas neuro-fuzzy, e o segundo apenas com dados nacionais, de 2000 a 2018 [3].

O modelo de Solow [2] é um modelo de crescimento econômico que relaciona as variáveis Trabalho (L), Eficiência do Trabalho (A) e Capital (K). A equação diferencial ordinária que governa o modelo é dada por:

$$\dot{k}(t) = sy(t) - (\delta + n + g)k(t), \quad (1)$$

sendo que esta equação é apresentada normalizada pelo trabalho efetivo $A(t)L(t)$; em que $k(t)$ é o estoque de capital por unidade de trabalho efetivo, isto é, $k(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)}$; $y(t)$ é igual a função produção $Y(t)$ dividida pelo trabalho efetivo; s é a taxa da poupança; δ é a taxa de depreciação do estoque de capital; n e g são as taxas de crescimento de $L(t)$ e $A(t)$, respectivamente. Estas duas últimas taxas são determinadas exogenamente. Neste trabalho, a função produção aplicada é uma Cobb-Douglas com $\alpha = 0.5$, dada por: $Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha}$ que é substituída na variável $y(t)$ da equação (1), obtendo-se:

$$\dot{k}(t) = sk(t)^{0.5} - (\delta + n + g)k(t). \quad (2)$$

No modelo fuzzy, a taxa de poupança s que é um parâmetro da equação (2) é a variável de saída do SBRF obtido pelo ANFIS e pelo HyFIS. O especialista na área econômica, o quarto autor deste trabalho, sugeriu que as variáveis de entrada sejam o consumo das famílias no PIB f , o saldo em transações correntes c e a taxa de juros real j . Assim, $s = s(f, c, j)$. No estudo do contexto global, os dados utilizados são de duas fontes, a Penn World Table (PWT), um banco de dados que reúne dados econômicos de diversos países, e os obtidos diretamente do Banco Mundial (WDI). Testes empíricos foram realizados para determinar a quantidade ótima funções de pertinências, dentre 2 e 20, para as variáveis de entrada e saída. A melhor quantidade foi determinada a partir da avaliação do Erro Absoluto Médio (MAE) e do Erro Absoluto Máximo (EAM) na validação do sistema após cada teste. Parte dos dados foram empregados no treinamento da rede neural e outra parte foi utilizada para validação. A partir do SBRF gerado estimou-se a saída correspondente aos

¹paulopv00@gmail.com²rmotta@ufu.br³zewaldemar@ufu.br⁴julio.costa@ufu.br

dados de validação e calculou-se o MAE e o EAM. A quantidade ótima de funções de pertinência para o HyFIS é 17.

Na Tabela 1 é mostrada a comparação entre esses dois sistemas neuro-fuzzy, ambos com 17 funções de pertinência. Para a abordagem nacional, a taxa de juros é obtida através da diferença entre a Taxa de Juros Nominal (Selic Over) e a Inflação obtida através do Índice de Preços ao Consumidor (IPCA). Os demais dados foram obtidos na PWT. Neste caso, a quantidade ótima de funções de pertinência para o HyFIS é 5. Os resultados apresentados na Tabela 2 permitem comparar os dois sistemas neuro-fuzzy, ambos com 5 funções de pertinência.

Tabela 1: Comparação HyFIS x ANFIS.

Rede Neural	MAE	EAM
ANFIS	0.34886	0.537399
HyFIS	0.02676	0.116455

Tabela 2: HyFIS x ANFIS para o caso do Brasil.

Rede Neural	MAE	EAM
ANFIS	0.04730319	0.06908321
HyFIS	0.01932	0.02461

Três países com níveis de desenvolvimento econômico diferentes foram selecionados para o cálculo dos crescimentos econômicos futuros para o modelo de Solow global: Nova Zelândia, Brasil e Gâmbia. Os parâmetros n , g e δ da equação (2) foram obtidos para os três países, através da PWT em que n e g , foram estimados fazendo a taxa de variação da população e do capital humano do ano de 2018 para o ano de 2019, respectivamente. Estas informações bem como, as estimativas de s via metodologia tradicional, s_t e via SBRF, s_f constam na Tabela 3. Supondo que estes países mantenham estes parâmetros constantes no tempo e que suas economias estabilizem. O modelo fuzzy calculado com a taxa de poupança obtida pelo SBRF foi mais otimista do que o modelo clássico, pois o valor de estabilidade foi mais alto nos três países.

Tabela 3: Dados dos países selecionados.

País	n	g	δ	s_t	s_f
Nova Zelândia	0.0084	0.006	0.037	0.2173	0.2226
Brasil	0.0075	0.0238	0.0478	0.1714	0.1830
Gâmbia	0.0296	0.0179	0.0528	0.1194	0.1259

Os resultados mostram que a junção das redes neurais artificiais com a teoria dos conjuntos fuzzy pode ser uma ferramenta poderosa na modelagem de problemas econômicos. É importante destacar o desempenho do HyFIS em relação a ANFIS para modelar a taxa de poupança, principalmente no que se diz respeito ao primeiro SBRF utilizando os dados de 74 países. No caso do SBRF com dados somente do Brasil, os resultados foram promissores. Porém, devido a baixa quantidade de dados disponíveis, a validação do SBRF foi realizada apenas com dados referentes a dois anos.

Agradecimentos

O primeiro autor agradece à CAPES pela bolsa de estudos concedida para realização do mestrado.

Referências

- [1] R. M. Jafelice, L. C. Barros e R. C. Bassanezi. **Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações**. 2a. ed. São Carlos: SBMAC, 2012. ISBN: 2236-5915.
- [2] D. Romer. **Advanced Macroeconomics**. 4a. ed. New York: McGraw Hill Education, 2012. ISBN: 978-0-07-351137-5.
- [3] P. V. Santana. “Abordagens de Sistemas Neuro-Fuzzy em Modelos Econômicos”. Dissertação de mestrado. UFU, 2021.