Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**
Preprint

# Aplicação da Rede Neural de Legendre (RNLeNN) na Solução Númerica de Equações Diferenciais

Felipe C. Rosário[1] Valcir J. C. Farias[2] Lucas P. Rezende[3]
FAEST/UFPA, Belém, PA
Leto S. Henriques[4] Alexandre J. A. S. Saraiva[5] Michael B. Siqueira[6]
PPGME/UFPA, Belém, PA

Vários métodos aplicando redes neurais artificiais-RNA na solução numérica de equação diferencial foram propostos na literatura, dentre os quais destacamos as RNAs desenvolvidas por ([1],[3]). Mall et al [2] por sua vez, propôs um método que baseia-se em substituir as camadas ocultas da RNA, do método apresentado ([1]), por uma expansão de polinômios de Legendre, a qual foi denominada de Rede Neural de Legendre (sigla em inglês LeNN). A RNA LeNN, desta forma, se resume a um único perceptron, como mostra a Figura 1.

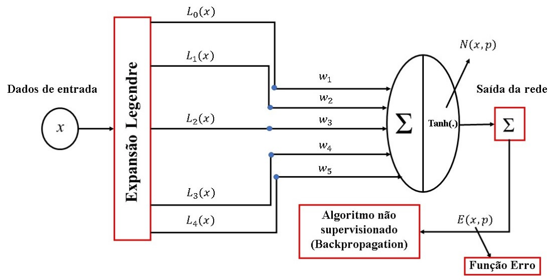


Figura 1: Estrutura da Rede Neural de Legendre (LeNN). Fonte: Autores.

No entanto, o processo descrito acima não funcionará a contento para equações que tenham respostas maiores que um ou menores que menos um. Para superar esta dificuldade dessa RNA, foi feito um acréscimo de um peso na saída da rede para contemplar esse tipo de equação.

Para ilustrar o desempenho da RNA com a alteração destacada aqui, é apresentada a solução númerica de uma EDO de 2º ordem. Tomemos um problema de valor inicial com uma equação do tipo

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \cdot \frac{dy}{dx} + 4\left(2e^{y} + e^{\frac{y}{2}}\right) = 0 \tag{1}$$

com condição inicial $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$. Sendo sua solução analítica $y(x) = -2\ln(1 + x^2)$.

A Figura 2 ilustra a solução aproximada fornecida pela rede neural de Legendre (com e sem peso adicional), treinada e comparada com a solução analítica da EDO estuda.

[1] felipe08.cavalcante@gmail.com
[2] vjcfarias@gmail.com
[3] lucasprezende022@gmail.com
[4] letohenrique@gmail.com
[5] alexandrejules@hotmail.com
[6] micbrabo@gmail.com

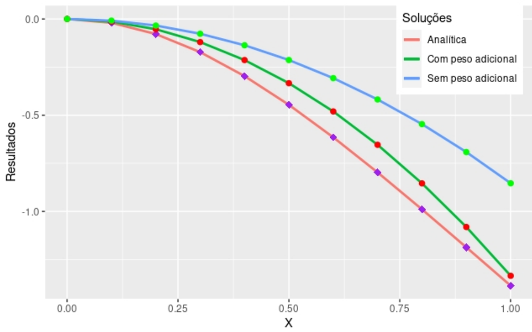


Figura 2: Solução Aproximada Fornecida pela Rede Neural de Legendre (LeNN). Fonte: Autores.

De acordo com a Figura 2 acima, observa-se que a solução fornecida pela rede neural de Legendre sem peso adicional se mantêm distante da solução exata. Por outro lado, a solução fornecida pela rede com peso adicional aproxima-se da solução analítica. Então, levando em consideração o $EQM(\hat{y}) = E\big[(y - \hat{y})^2\big] = 0,0086$, concluímos que, em média os valores fornecidos pela rede estão próximos do resultado exato. Ou seja, se colocarmos mais pontos na função, veremos que as soluções estarão próximas com boa precisão.


# Agradecimentos

Agradeço a Universidade Federal do Pará (UFPA) por proporcionar a oportunidade de desenvolver o projeto, e a Fundação Amazônia de Amparo a Estudos e Pesquisas (FAPESPA) pelo auxílio financeiro aos bolsistas.


# Referências


[1] Isaac E Lagaris, Aristidis Likas e Dimitrios I Fotiadis. “Artificial neural networks for solving ordinary and partial differential equations”. Em: **IEEE transactions on neural networks** 9.5 (1998), pp. 987–1000.

[2] Susmita Mall e Snehashish Chakraverty. “Application of Legendre neural network for solving ordinary differential equations”. Em: **Applied Soft Computing** 43 (2016), pp. 347–356.

[3] Kevin Stanley McFall e James Robert Mahan. “Artificial neural network method for solution of boundary value problems with exact satisfaction of arbitrary boundary conditions”. Em: **IEEE Transactions on Neural Networks** 20.8 (2009), pp. 1221–1233.