Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Comparação de Métodos Numéricos na Solução de EDO´s utilizando Octave

Guilherme C. Tomiasi[1]
Beatriz L. Carreira[2]
Analice C. Brandi[3]
Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, Presidente Prudente, SP

1 Introdução

Equações Diferenciais Ordinárias (EDO´s) descrevem funções de forma indireta, a partir de sua taxa de variação, sendo utilizadas para descrever fenômenos naturais. Frequentemente não apresentam uma solução analítica trivial, fazendo necessário o uso de métodos numéricos. O objetivo deste trabalho é comparar métodos numéricos através da linguagem GNU Octave/MATLAB, apresentando indicadores como: tempo de execução, número de chamadas a função $f(t, u)$ e erro de truncamento global[4].

2 Formulação Matemática

Uma equação diferencial ordinária de primeira ordem é descrita por

$$u' = f(t, u), \tag{1}$$

onde u é a função descrita pela EDO e t é a variável independente. Os métodos implementados solucionam problemas de valor inicial, sendo um problema de valor inicial definido por

$$\begin{cases} u' = f(t, u), \\ u(t_0) = a. \end{cases} \tag{2}$$

3 Formulação Numérica

Os métodos implementados e apresentados são métodos de passo simples e de passo múltiplo. Um método de passo simples, para calcular um ponto da função desejada, necessita apenas do valor do ponto anterior:

$$u_i = u_{i-1} + \Phi(f, t_{i-1}, u_{i-1}). \tag{3}$$

Observação 3.1. *Aqui, u_i, u_{i-1} se referem a $u(t_i), u(t_{i-1})$. A notação de subscrito é utilizada pois a função u não é definida de fato, mas seu valor em determinados pontos são armazenados em um vetor, assim como os valores do domínio em t.*

Já métodos de passo múltiplo necessitam de dois ou mais pontos anteriores adjacentes:

$$u_i = u_{i-1} + \Phi(f, t_{i-1}, u_{i-1}, \ldots, t_{i-s}, u_{i-s}). \tag{4}$$

[1]gc.tomiasi@unesp.br
[2]bia.liara36@hotmail.com
[3]analice.brandi@unesp.br
[4]O repositório com os scripts podem ser encontrados em https://github.com/GuiCT/metodos-numericos-edo

4 Resultados Numéricos

O caso estudado se trata de uma curva logística, que se comporta como exponencial em seu início e posteriormente apresenta um crescimento cada vez menor, estabilizando em um valor máximo pré-definido. A EDO que define essa curva é dada por

$$u' = u\left(1 - \frac{u}{100}\right). \tag{5}$$

Quando $u(t) = 100$, a derivada descrita será igual a zero, portanto se espera que a estabilização ocorra quando a função atingir esse valor. O domínio escolhido foi de $t \in [0, 12]$ com o valor inicial $u(0) = 1$ e número de pontos $n = 180$.

Os métodos numéricos testados foram Euler Explícito (EE), Método de Heun (MH), Método do Ponto Médio (MPM), Runge-Kutta de Quarta Ordem (RK4), Runge-Kutta de A. Ralston (RKR)[2], Adams-Bashforth de 8 estágios (AB8) e Adams-Moulton de 8 estágios (AM8), que estão apresentados na Tabela 1. Além disso, são apresentadas as chamadas da função $f(t, u)$, o tempo de execução e o erro de truncamento global (ETG) de cada método utilizado.

Tabela 1: Comparação entre as chamadas da função $f(t, u)$, o tempo de execução e o erro de truncamento global para cada método numérico simulado.

Método	Chamadas a $f(t, u)$	Tempo decorrido (ms)	ETG
EE	179	4.1809	-1.3046×10^2
MH	358	5.2872	-3.3719
MPM	358	5.1270	-2.5764
RK4	716	8.0948	-6.1808×10^{-4}
RKR	716	8.5526	-5.1720×10^{-4}
AB8	1404	2.2903×10^1	-2.7361×10^{-1}
AM8	2780	4.3137×10^1	-1.0075×10^{-4}

5 Conclusões

Observa-se uma tendência de que métodos de ordens superiores apresentem um erro de truncamento muito inferior, à custa de um número maior de chamadas à função $f(t, u)$ e por consequência, maior tempo de execução. O método de Adams-Bashforth apresentou um erro de truncamento muito superior aos métodos de ordem similar, o que sugere a presença de erros como erros de arredondamento quando $u \approx 100$. O método de Adams-Moulton é um método implícito que utiliza da estratégia de preditor-corretor junto do método de Adams-Bashforth, apresentando uma maior estabilidade e não apresentando as mesmas dificuldades que o método de Adams-Bashforth nessa ocasião.

Referências

[1] John C. Butcher. **Numerical Methods for Ordinary Differential Equations**. 2nd ed. Wiley, 2008. ISBN: 0470723351,9780470723357,9780470753750.

[2] Anthony Ralston. "Runge-Kutta methods with minimum error bounds". Em: **Mathematics of Computation** 16.80 (1962), pp. 431–437. DOI: 10.1090/s0025-5718-1962-0150954-0. URL: https://doi.org/10.1090/s0025-5718-1962-0150954-0.