Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Investigação da aplicação de soluções invariantes utilizando o rotor duplo pulsado como laboratório dinâmico

Priscilla A. Sousa-Silva[1]
Henrique F. Cherulli[2]
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Faculdade Câmpus de São João da Boa Vista - UNESP, São João da Boa Vista, SP
Luiz A. DePaula[3]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Câmpus São João da Boa Vista - IFSP, São João da Boa Vista, SP

As soluções invariantes de sistema caóticos são de particular importância no estudo da dinâmica desses sistemas, visto que essas estruturas organizam as demais soluções no espaço de fase. Especificamente, as variedades invariantes determinam canais de transporte em meio a regiões caóticas [1, 2] e desempenham um papel importante nos mecanismos necessários ao controle caos [3, 4]. De fato, a aplicabilidade de variedades invariantes hiperbólicas associadas à soluções periódicas instáveis é amplamente conhecida em problemas concretos nas áreas de astronáutica e astrodinâmica, nas quais se desenvolveu o conceito de *Space Manifold Dynamics* (SMD), ou dinâmica de variedades espaciais, em tradução livre [5]. A SMD recorre à modelagem proporcionada pelo Problema Restrito de Três Corpos (PRTC) e engloba diversos métodos de análise e projeto de missões espaciais, que vão desde a exploração de órbitas em torno dos pontos lagrangianos colineares do PRTC, até estratégias de manutenção de órbita e transferências orbitais de baixa energia [6, 7].

Objetivando o estudo e a aplicação das soluções invariantes de sistemas caóticos de alta dimensão, neste trabalho, recorremos ao rotor duplo pulsado (KDR, do inglês *kicked double rotor*) como laboratório dinâmico para investigar e desenvolver ferramentas numéricas que permitam explorar problemas de interesse em engenharia aeroespacial. Em particular, buscamos estabelecer uma estratégia de controle de caos fundamentada explicitamente nas estruturas invariantes. Por meio desta abordagem, a aplicação do controle não depende da determinação dos elementos da matriz de ganho do método de alocação de polos, de forma que pode ser muito útil em sistemas cuja matriz Jacobiana possui múltiplos autovalores complexos conjugados para os quais a implementação original do método OGY geralmente não é aplicável ou é problemática [8].

O KDR é um exemplo clássico de um sistema dinâmico com comportamento caótico regido por quatro equações de tempo discreto que descrevem a dinâmica de um rotor formado por duas barras finas de massas desprezíveis, com massas anexadas a suas extremidades, que giram em um plano horizontal em torno de um pivô fixo [4, 9–13]. Uma vez que há diversos parâmetros físicos envolvidos na sua modelagem, este sistema possibilita avaliar e validar ferramentas numéricas em diversos regimes dinâmicos, sendo por isso um laboratório conveniente para validar as ferramentas investigadas.

[1] priscilla.silva@unesp.br
[2] henrique.cherulli@unesp.br
[3] luiziagusp@gmail.com

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por meio do processo 422282/2018-9 e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) por meio do processo 2018/25001-3. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

[1] K. T. Alligood, T. Sauer e J. Yorke. **Chaos: An Introduction to Dynamical Systems**. New York: Springer, 1996.

[2] G. Gómez et al. "Connecting orbits and invariant manifolds in the spatial restricted three-body problem". Em: **Nonlinearity** 17 (2004), pp. 1571–1606.

[3] Alexander L. Fradkov e Robin J. Evans. "Control of chaos: Methods and applications in engineering". Em: **Annual Reviews in Control** 29.1 (2005), pp. 33–56. ISSN: 1367-5788. DOI: `https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2005.01.001`.

[4] F. J. Romeiras et al. "Controlling chaotic dynamical systems". Em: **Physica D: Nonlinear Phenomena** 58.1 (1992), pp. 165–192. ISSN: 0167-2789. DOI: `https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90107-X`.

[5] E. Perozzi e S. Ferraz-Mello, ed. **Space Manifold Dynamics: Novel Spaceways for Science and Exploration**. 1ª ed. New York: Springer, 2010, p. 258. ISBN: 9781441903471. DOI: `https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0348-8`.

[6] D. C. Folta et al. "Earth–Moon libration point orbit stationkeeping: Theory, modeling, and operations". Em: **Acta Astronautica** 94.1 (2014), pp. 421–433.

[7] J. Sliz, A. Suli e T. Kovacs. "Control of chaos in the vicinity of the Earth–Moon L5 Lagrangian point to keep a spacecraft in orbit". Em: **Astronomische Nachrichten** 336.1 (2015). DOI: `DOI10.1002/asna.201412132`.

[8] X. Yu et al. "An invariant-manifold-based method for chaos control". Em: **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications** 48.8 (2001), pp. 930–937. ISSN: 1057-7122. DOI: `10.1109/81.940183`.

[9] U. Feudel et al. "Dynamical properties of a simple mechanical system with a large number of coexisting periodic attractors". Em: **Chaos, Solitons & Fractals** 9.1-2 (1998), pp. 171–180. ISSN: 0960-0779. DOI: `10.1016/S0960-0779(97)00058-1`.

[10] R. Tonelli et al. "Feedback Synchronization Using Pole-Placement Control". Em: **International Journal of Bifurcation and Chaos** 10 (2000), pp. 2611–2617. DOI: `10.1142/S0218127400001675`.

[11] P. Moresco e S. P. Dawson. "The PIM-simplex method: an extension of the PIM-triple method to saddles with an arbitrary number of expanding directions". Em: **Physica D: Nonlinear Phenomena** 126 (1999), pp. 38–48. DOI: `10.1016/S0167-2789(98)00234-6`.

[12] D. Sweet, H. E. Nusse e J. Yorke. "Stagger-and-Step Method: Detecting and Computing Chaotic Saddles in Higher Dimensions". Em: **Physical Review Letters** 86 (2001), pp. 2261–2264. DOI: `10.1103/PhysRevLett.86.2261`.

[13] H. F. Cherulli e P. A. Sousa-Silva. "Investigando a Dinâmica do Rotor Duplo Pulsado: um laboratório dinâmico para sistemas caóticos discretos com espaço de fase 4D". Em: **Revista Brasileira de Ensino de Física** 43 (2021). DOI: `DOI:10.1590/1806-9126-RBEF-2021-0008`.

