Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Análise de Modelos Usando Sistemas Dinâmicos e suas Ferramentas

Diogo Alves da Silva Lima[1] André Andrade Longaray[2]
PPGMC/FURG, Rio Grande, RS

1 Introdução

O conceito de Sistema Dinâmico surge da condição de muitos fenômenos modelados evoluirem segundo uma regra, que liga o estado presente ao estado inicial. Dito de outra forma, muitos fenômenos das ciências físicas, naturais entre outros, são modelados por: **1)** equações diferenciais, a qual, consideraremos fluxos, que são modelos de sistemas dinâmicos com tempo contínuo. Lembrando que um fluxo em X é uma família $f^p : X \longrightarrow X$, $p \in \mathbb{R}$ de transformações satisfazendo: $f^0 =$ identidade e $f^p o f^q = f^{p+q}$, para todo $p, q \in \mathbb{R}$; ou **2)** equações de diferenças finitas, a qual, consiste em tranformações $f : X \longrightarrow X$, com a dinâmica associada $\psi : \mathbb{Z} \times X \longrightarrow X$ dada por $\psi(n, x) = f^n(x)$ e podemos pensar em f associando a cada $x \in X$ do sistema de estado $f(x) \in X$ em que o sistema se encontrará uma unidade de tempo depois.

2 Metodologia

Este trabalho pode ser classificado como uma pesquisa exploratória, isto é, visa permitir maior familiaridade com os modelos e as ferramentas matemáticas utilizadas (vide [1]). A partir das referências mencionadas, serão descritos por modelos que possam ser analisados via sistemas dinâmicos e suas ferramentas matemáticas.

3 Aplicações

Um dos exemplos clássicos de sistemas dinâmicos, por possuir uma representação simples, é o mapa logistico , que permetive a vizualização da aproximação da análise de modelos usando sistemas dinâmicos. O referido mapa é definido pela seguinte equação:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n). \tag{1}$$

A partir do estudo de (1), podemos perceber a existência dos seguintes sistemas: Sistemas estáveis, Sistemas instáveis periódicos e Sistemas não periódicos, denominados caóticos (para mais detalhes veja as referências [3] e [2]). Basta observarmos o diagrama de bifurcação, o qual, podemos perceber que, conforme se aumenta o valor de r, o número de possíveis valores de x dobra, até que, para valores de r mais próximos de 4, uma infinidade de valores existem, adquirindo, assim, comportamento caótico naquela região. Segue o diagrama:

[1]diogoalves021@gmail.com
[2]andrelongaray@furg.br

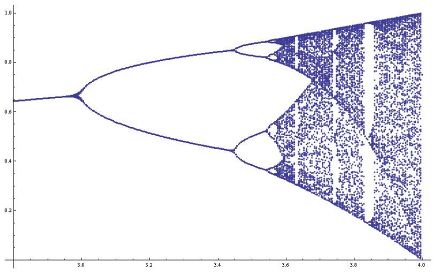

Figura 1: Diagrama de Bifurcações. Fonte: Autores.

Além disto, podemos citar [4], em que, visa a aplicação da Teoria do Caos para a previsão de preços de eletricidade a curto prazo. No qual, inicialmente, propõem os seguintes passos para obter um modelo para previsão: - Reconstrução do espaço de fases; - Escolha do desafamento temporal; - Escolha da dimensão de incorporação; - Expoente de Lyapunov; e por fim, - Modelo de previsão. Neste caso, a previsão final para o ponto (x_N^m), é dado por:

$$x_{N+k}^m = \frac{1}{|B_\epsilon(x_{NN}^m)|} \sum_{x_{NN}^m \in B_\epsilon(x_{NN}^m)} x_{NN+k}^m. \tag{2}$$

Onde $B_\epsilon(x_{NN}^m)$ é o número de vizinhos próximos do ponto $\{x_N^m\}$. Ademais, comparando (2) com outras técnicas, as quais, serão relacionadas a diferentes parâmetros (como índices de desempenho (erros), tempos de treino, flexibilidade e capacidade de filtragem de casos anómalos e facilidade de parametrização dos modelos), podem evidenciar o comportamento do modelo de previsão em questão.

4 Conclusão

Dentre as discussões acerca dos trabalhos relacionados a previsão de modelos (seja estes, modelos de biologia populacional, modelos epidemiológicass, modelos de preços, entre outros), é oportuno explorar a matemática e suas ferramentas ou mesmo a matemática combinada com recursos computacionais. Com base nestas ferramentas, em particular sistemas dinâmicos, é possível modelar algumas situações do cotidiano e analisá-las de forma que possamos prever resultados futuros, os quais, podem tornar-se fundamentais para várias situações.

Referências

[1] A. G. CARLOS. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. Atlas, 2002.

[2] L. S. BLOCO; W. A. COPPEL. **Dynamics in One Dimension**. 2. ed. Springer, 1992.

[3] R. L. Devaney. **An introduction to chaotic dynamical systems**. 2. ed. Westview Press, 1989.

[4] J. S. A. Lopes. "Teoria do Caos aplicada à previsão de preços". Tese de doutorado. FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO -Universidade do Porto, 2017.