

# Análise de Modelos Matemáticos de Câncer de Mama via Cálculo de Ordem Não Inteira

Eliana Aya Sasaki<sup>1</sup>, Paulo Fernando de Arruda Mancera<sup>2</sup>

UNESP, Botucatu, SP

Rubens Figueiredo Camargo<sup>3</sup>

UNESP, Bauru, SP

A arte de obter uma equação diferencial, cuja solução auxilie na compreensão da realidade traz consigo uma enorme dificuldade. Nas palavras de Albert Einstein: “Toda nossa ciência, medida contra a realidade, é primitiva e infantil e ainda a coisa mais preciosa que temos”. De maneira geral, quanto mais próximos estamos de descrever perfeitamente um fenômeno, maior costumam ser o número de variáveis e a complexidade das equações.

Neste contexto, o estudo de integrais e derivadas de ordem não inteira, tradicionalmente conhecido como Cálculo Fracionário, desempenha um papel de enorme destaque [5]. São inúmeras as áreas do conhecimento nas quais o cálculo fracionário mostrou-se como uma ferramenta precisa para se refinar a descrição de fenômenos em probabilidade, Biomatemática, psicologia, funções especiais, mecânica dos fluidos, medicina, fenômenos de transporte, redes elétricas, entre outros [3]. Os modelos de ordem fracionária possuem diversas características, muitas vezes não contempladas pelos modelos baseados no cálculo convencional, com a vantagem de que estas fornecem, em alguns casos [2, 4, 7], uma modelagem matemática mais precisa de fenômenos físicos e biológicos. Assim, ressalta-se a importância de seu papel na generalização e refinamento da solução de equações diferenciais de ordem inteira [7].

Entre as mais diversas aplicabilidades dos referidos modelos, a proposta deste estudo é operacionalizá-lo no caso do câncer de mama. A palavra “câncer” traz consigo uma conotação negativa. Em um passado não muito distante, o câncer carregava a crença de ser um mal incurável e inevitável. Não era apenas um diagnóstico, era o recebimento do veredicto de seu julgamento: a sentença de morte. No entanto, os avanços científicos e tecnológicos nos tratamentos e o maior entendimento sobre a doença firmaram uma nova perspectiva no seu combate, principalmente se forem diagnosticados precocemente. Apesar dos inúmeros progressos, a incidência e a mortalidade por câncer vêm aumentando significativamente. Especificamente no caso do câncer de mama, em 2020, havia 2,3 milhões de mulheres diagnosticadas com essa doença e 685 mil mortes em todo o mundo. No final de 2020, havia 7,8 milhões de mulheres vivas diagnosticadas com câncer de mama nos últimos 5 anos, tornando-o o câncer mais prevalente do mundo [8]. Ademais, é uma das principais causas de mortalidade na população feminina, com 684.996 óbitos estimados para o ano de 2021, isto é, 15,5% do total de mortes por câncer em mulheres [9].

Modelos matemáticos fornecem uma ferramenta rigorosa para formalizar modelos conceituais. O papel da modelagem matemática aplicada ao câncer aumenta de importância de acordo com o surgimento de novas estratégias e técnicas experimentais de tratamento, sendo utilizada como um recurso para elucidar e interpretar os efeitos de tais descobertas [1].

Em vista do acima exposto, o presente trabalho tem entre um dos seus objetivos, analisar modelos matemáticos de ordem não inteira a fim de generalizar e possivelmente melhor entender

---

<sup>1</sup>aya.sasaki@unesp.br

<sup>2</sup>paulo.mancera@unesp.br

<sup>3</sup>rubens.camargo@unesp.br

a dinâmica de modelos matemáticos associados ao câncer de mama. Especialmente, pretende-se utilizar os dados apresentados em [6], os conhecidos modelos de Gompertz, Bertalanffy e Logístico, onde cada um dos parâmetros dessas equações será estimado para o caso inteiro. A partir destes resultados estudar a generalização fracionária de cada um dos modelos, e compará-las com os dados reais e fazer uma análise qualitativa e quantitativa dos modelos.

Além disso, procura-se que a análise dos modelos contribua para uma melhor compreensão da dinâmica e evolução das células cancerosas com o passar do tempo e possibilite avaliar a resposta dessas células tumorais aos tratamentos quimioterápicos propostos. Desse modo, espera-se que este trabalho seja útil como material de apoio para o ensino de equações diferenciais de ordem inteira e não inteira em cursos de graduação e pós-graduação, além de servir como inspiração para novas pesquisas na modelagem matemática de um fenômeno real. Por fim, justifica-se este trabalho, tanto pela aplicabilidade das ferramentas e teorias envolvidas, quanto pela atualidade e relevância do problema específico que será estudado.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 88887.604588/2021-00.

## Referências

- [1] R. P. Araujo e D. L. S. McElwain. “A history of the study of solid tumour growth: the contribution of mathematical modelling”. Em: **Bulletin of mathematical biology** 5 (2004), pp. 1039–1091. DOI: 10.1016/j.bulm.2003.11.002.
- [2] L. C. Barros et al. “The memory effect on fractional calculus: an application in the spread of COVID-19”. Em: **Computational and Applied Mathematics** 3 (2021), pp. 1–21. DOI: 10.1007/s40314-021-01456-z.
- [3] R. F. Camargo. **Cálculo Fracionário**. Livraria da Física, 2015. ISBN: 9788578613297.
- [4] J. A. T. Machado, A. M. S. F. Galhano e J. J. Trujillo. “On development of fractional calculus during the last fifty years”. Em: **Scientometrics** 5 (2004), pp. 1039–1091. DOI: 10.1007/s11192-013-1032-6.
- [5] J. T. Machado, V. Kiryakova e F. Mainardi. “Recent history of fractional calculus”. Em: **Communications in nonlinear science and numerical simulation** 3 (2011), pp. 1140–1153. DOI: 10.1016/j.cnsns.2010.05.027.
- [6] N. Olea et al. “Evaluation of the growth rate of MCF-7 breast cancer multicellular spheroids using three mathematical models”. Em: **Cell proliferation** 4 (1994), pp. 213–223. DOI: 10.1111/j.1365-2184.1994.tb01418.x.
- [7] N. Varalta, A. V. Gomes e R. F. Camargo. “A prelude to the fractional calculus applied to tumor dynamic”. Em: **TEMA (São Carlos)** (2014), pp. 211–221. DOI: 10.5540/tema.2014.015.02.0211.
- [8] WHO. **Breast cancer**. Online. Acessado em 21/02/2022, <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/breast-cancer>.
- [9] WHO. **Site oficial do Congresso Nacional de Matemática Aplicada**. Online. Acessado em 21/02/2022, <https://www.iarc.who.int/featured-news/breast-cancer-awareness-month-2021/>.