Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Interpolação empregando as Funções de Base Radial

Marcos F. de Carvalho[1]
Edivaldo F. Fontes Jr.[2]
Renan de Souza Teixeira[3]
Wilian J. dos Santos[4]
Instituto de Ciências Exatas, UFRRJ, Seropédica, RJ

O objetivo deste trabalho é avaliar o uso das Funções de Base Radial (FBRs) para a interpolação de dados. Como teste inicial, a função de Weierstrass foi utilizada para a análise da performance de diferentes tipos de FBRs, tais como a Linear, a Gaussiana, a Multiquádrica e a Multiquádrica Inversa [1].

Na interpolação com FBRs, a partir de um conjunto de dados (x_i, y_i), uma combinação linear é realizada de forma a obter um sistema da forma

$$\begin{bmatrix} \varphi(\|x_1 - x_1\|) & \varphi(\|x_2 - x_1\|) & \cdots & \varphi(\|x_4 - x_1\|) \\ \varphi(\|x_1 - x_2\|) & \varphi(\|x_2 - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|x_4 - x_2\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(\|x_1 - x_n\|) & \varphi(\|x_2 - x_n\|) & \cdots & \varphi(\|x_n - x_n\|) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},$$

em que φ é a FBR utilizada para a interpolação, λ_i são os coeficientes indeterminados, $\|\cdot\|$ é a Norma Euclidiana em $\mathbb{R}^2$ e y_i é a solução do sistema (dados observados). A implementação do algoritmo para a resolução do sistema foi realizada a partir do software Matlab, usando o comando $\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\phi} \backslash \boldsymbol{y}$.

Na Tabela 1 são apresentadas as FBRs utilizadas na interpolação, onde, dentre elas, as únicas que não utilizam um parâmetro de ajuste "c" são as Poli-harmônicas. Na Figura 1 é ilustrada a FBR Multiquádrica Inversa, com algumas variações do parâmetro de ajuste da curva.

Tabela 1: Alguns tipos de funções de base radial.

Funções de Base Radial	$\phi(r)$	parâmetros	Ordem
Gaussiana	$e^{-(cr)^2}$	$c > 0$	0
Poli-harmonicas	r^{2k-1}	$k \in \mathbb{N}$	$m = k$
	$r^{2k} log(r)$	$k \in \mathbb{N}$	$m = k + 1$
Multiquádrica	$\sqrt{r^2 + c^2}$	$c > 0$	0
Multiquádrica Inversa	$\frac{1}{\sqrt{r^2+c^2}}$	$c > 0$	0
Quádrica Inversa	$\frac{1}{r^2+c^2}$	$c > 0$	0

[1]marcoscarvalho56789@gmail.com
[2]edivaldofontes@gmail.com
[3]renanpcivil@yahoo.com.br
[4]wilianj@ufrrj.br

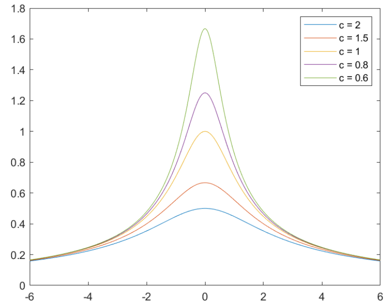

Figura 1: FBR Multiquádrica Inversa.

Como mencionado anteriormente, a função de Weierstrass foi utilizada para simular os dados a serem interpolados, aproximada aqui pela expressão

$$\sum_{n=0}^{100} 0.5^n * cos(3.5^n * \pi * x). \tag{1}$$

As figuras abaixo apresentam as interpolações, realizadas preliminarmente, empregando a FBR Multiquádrica Inversa. Os testes realizados foram considerando 11 pontos interpoladores e 19 pontos a serem interpolados, 101 pontos interpoladores e 182 pontos a serem interpolados e 1001 pontos interpoladores e 1819 pontos a serem interpolados, com os resultados sendo apresentados, respectivamente, nas Figuras 2, 3 e 4. Para avaliar a precisão foi utilizado o coeficiente de determinação R^2. Os resultados se mostraram similares para as demais FBRs.

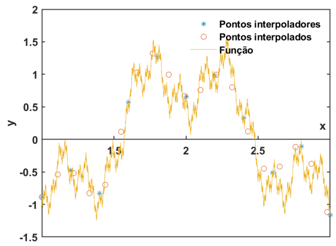

Figura 2: Interpolação usando a FBR Multiquádrica Inversa - $R^2 = 0,88$.

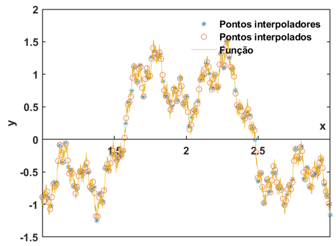

Figura 3: Interpolação usando a FBR Multiquádrica Inversa - $R^2 = 0,99$.

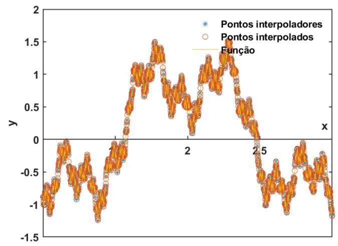

Figura 4: Interpolação usando a FBR Multiquádrica Inversa - $R^2 = 0,99$.

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq e à Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ).

Referências

[1] Wilna du Toit. “Radial Basis Function Interpolation”. Dissertação de mestrado. University of Stellenbosch, 2008.