Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Modelagem Fracionária: Estudo da dinâmica do crescimento tumoral por meio da Equação Logística

Milena R. Maciel[1] Rubens F. Camargo[2]
UNESP, Bauru, SP

O presente trabalho encontra-se em fase de desenvolvimento e tem como objetivo principal o estudo do Cálculo de Ordem Arbitrária, comumente conhecido como Cálculo Fracionário (CF). Neste sentido, o intuito é estudar conceitos preliminares do CF para, posteriormente, aplicá-los em um problema real por meio da Modelagem Fracionária, isto é, a modelagem feita com equações diferenciais de ordem arbitrária.

A Modelagem Matemática, de modo geral, visa a construção de um modelo matemático, isto é, busca traduzir, de alguma forma, um fenômeno ou um problema real em uma linguagem matemática, fazendo, assim, um retrato aproximado da realidade [1, 8]. Nas últimas décadas, diversos autores mostraram que a Modelagem Fracionária descreve, em muitos casos, de forma mais precisa fenômenos envolvendo Ritmo Circadiano [4], Mecânica Celeste [6], problemas físicos no campo da Viscoelasticidade e Osciladores Harmônicos [6], Circuitos Elétricos [5] e Equações Horárias do Movimento [2], por exemplo, do que aquela feita a partir do cálculo usual, em destaque aos problemas com dependência temporal, uma vez que as derivadas fracionárias proporcionam uma ótima descrição para efeitos de memória e propriedades hereditárias, pelo fato da maioria dos operadores fracionários serem não locais, de maneira que fenômenos envolvendo probabilidade, biomatemática, psicologia e mecânica dos fluídos, por exemplo, podem ser descritos de modo mais refinado [3, 9].

Sabemos que as equações diferenciais, até mesmo as mais simples, são de extrema importância, pois correspondem a modelos físicos úteis, como, por exemplo, o crescimento de uma população, a proliferação de uma doença, dentre outros [9]. Tendo em vista a relevância destas equações, a maneira canônica de se utilizar a Modelagem Fracionária é substituir, na equação diferencial ordinária ou parcial que corresponde a determinado fenômeno, as derivadas de ordem inteira por derivadas de ordem fracionária, a fim de que algum caso particular da solução geral descreva o fenômeno de maneira mais realista [3].

O objetivo central deste trabalho é o estudo da modelagem do crescimento de tumores, de maneira que a proposta inicial é a abordagem deste problema por meio da Equação Logística, que é do tipo separável e também do tipo Bernoulli, de modo que é possível resolver esta equação não linear introduzindo uma mudança de variável dependente que a transforma em uma equação linear. A Equação Logística foi publicada em 1838 por Pierre François Verhulst para modelar o crescimento da população mundial baseado na avaliação de estatísticas populacionais disponíveis, podendo ser aplicada em modelos diversos como experimento de culturas de bactérias, controle biológico, decaimento radioativo, evolução de determinada gripe, eventos probabilísticos e relacionados à teoria do caos e as dinâmicas industriais e empresariais [7, 9].

No caso da dinâmica tumoral, as células tumorais competem entre si por oxigênio e recursos vitais, portanto, a Equação Logística pode ser útil, já que este modelo de dinâmica populacional

[1]milena.r.maciel@unesp.br
[2]rubens.camargo@unesp.br

aborda este tipo de interação [9]. Assim, feitas todas estas considerações, o trabalho objetiva estudar a solução dada pela clássica Equação Logística na modelagem de crescimento de tumores de câncer e compará-la com a solução obtida por meio de uma Modelagem Fracionária, isto é, substituindo a derivada ordinária de ordem inteira por uma derivada de ordem arbitrária, a fim de verificar como se dá o refinamento deste problema por meio do Cálculo Fracionário. Em outras palavras, tendo em vista os diversos fatores que foram negligenciados na modelagem usual, pretende-se embutir na ordem da derivada o peso destas simplificações, além de levar em consideração os chamados efeitos de memória.

Por fim, além das análises qualitativas, pretende-se buscar dados reais para que seja possível uma comparação mais técnica e quantitativa entre os modelos.

Referências

[1] J. C. Barbosa. "Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica". Em: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia** Vol. 2, no 2 (2009), pp. 69–85. ISSN: 1982-5153.

[2] M. D. T. M. Boni. "Cálculo fracionário aplicado às equações horárias do movimento e outras aplicações". Dissertação de mestrado. IFSP, 2017.

[3] R. F. Camargo. "Cálculo Fracionário e Aplicações". Tese de doutorado. IMECC/Unicamp, 2009.

[4] N. M. Contessa. "Modelagem do Ritmo Circadiano com Derivadas Fracionárias". Dissertação de mestrado. FURG, 2017.

[5] A. M. F. De Andrade, E. G. De Lima e Dartora C. A. "Uma introdução ao cálculo fracionário e suas aplicações em circuitos elétricos". Em: **Revista Brasileira de Ensino de Física** Vol. 40, no 3 (2018), e3314. DOI: `10.1590/1806-9126-RBEF-2018-0011`.

[6] M. S. C. De Oliveira. "Aplicação do Cálculo Fracionário em Mecânica Celeste". Em: (2019).

[7] L. A. Kato e M. Bellini. "Atribuição de significados biológicos às variáveis da equação logística: uma aplicação do cálculo nas ciências biológicas". Em: **Ciência e Educação (Bauru)** Vol. 15, no 1 (2009), pp. 175–188.

[8] M. A. Moreira. "Modelos Científicos, Modelos Mentais, Modelagem Computacional e Modelagem Matemática: Aspectos Epistemológicos e Implicações para o Ensino". Em: **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia** Vol. 7, no 2 (2014), pp. 1–20. DOI: `10.3895/S1982-873X2014000200001`.

[9] N. Varalta. "Das transformadas integrais ao Cálculo Fracionário aplicado à Equação Logística". Dissertação de mestrado. Unesp, 2014.

