

Otimização com CPLEX

Eduardo Ghisi¹, Simone A. Miloca²
Unioeste, Cascavel, PR

A teoria de otimização faz parte de uma área da matemática que busca soluções para problemas que consistem em encontrar pontos de mínimo ou máximo de uma função real $f(x)$, denominada função objetivo, sobre um conjunto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$. Em geral, o conjunto Ω é formado por restrições de igualdade e/ou desigualdade. O modelo matemático é constituído pelas expressões (1), (2), (3) e (4), onde $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$.

$$\text{minimizar } f(x) \tag{1}$$

$$\text{sujeito a } h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, m \tag{2}$$

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, p \tag{3}$$

$$x \in \mathbb{R}^n. \tag{4}$$

Segundo [6] dependendo das características do conjunto Ω e das propriedades das funções, os diferentes problemas de otimização são agrupados. Por exemplo, as funções envolvidas podem ser contínuas ou discretas, diferenciáveis ou não, lineares ou não lineares. Quando as variáveis envolvidas são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto com relação às restrições quanto à função objetivo, nomeia-se problema de Programação Linear (PL) e se as variáveis assumirem valores contínuos e/ou inteiros tem-se problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) [3]. A literatura apresenta diferentes métodos de solução e algoritmos que dependem fortemente do tipo de problema e do grau de complexidade [3]. Existem diversos programas computacionais que incorporam os chamados *solvers* que resolvem boa parte destes problemas.

Quando se trata de otimização, além do conhecimento teórico, a modelagem e resolução de problemas tem seu grau de importância inclusive no processo de entendimento e aprendizado das técnicas, neste aspecto a realização de experimentos computacionais e utilização de *solvers* podem contribuir. Estes fatos motivaram a realização deste trabalho cujo objetivo central é investigar quais tipos de problemas podem ser solucionados utilizando o *software* CPLEX [4], e como objetivos específicos implementar um dos problemas clássicos da literatura, que é o problema do Caixeiro Viajante e avaliar os resultados. A escolha deste solver se deve ao fato de sua crescente utilização como *software* otimizador, como descrito no artigo [5] que faz uma revisão e comparação de *solvers* para problemas lineares e não lineares.

O CPLEX foi desenvolvido por Robert Bixby e disponibilizado comercialmente em 1988 pela CPLEX Optimization Inc, comprada pela IBM em 2009. Um ponto interessante é que a ILOG oferece licenças gratuitas para fins acadêmicos. O *software* pode ser utilizado em vários ambientes, sendo que possui um de desenvolvimento integrado (IDE) do próprio fabricante, o *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*, sendo este utilizado neste trabalho. O nome refere-se a linguagem de programação C e ao método Simplex, único método implementado na época de seu desenvolvimento. A versão atual, além de solucionar problemas de programação linear, inclui uma classe

¹eduardoghisi66@outlook.com

²simone.miloca@unioeste.br

particular de programação não linear, a programação quadrática (PQ). Também possui solucionador para programação inteira mista, tanto do tipo PL quanto do tipo PQ.

Segundo o Manual [4], para resolver problemas de programação linear, o CPLEX implementa algoritmos baseados nos algoritmos Simplex (primal e dual simplex) bem como algoritmos de barreira logarítmicos primal-dual e um algoritmo de filtro. Ao inserir um problema, o CPLEX descobre qual classe ele pertence a partir das informações disponíveis. Se não possuir nenhum coeficiente quadrático, sua classe será inicialmente PL. Deixamos as referências [2, 3, 6] para estudos teóricos sobre os métodos. Uma das vantagens de sua utilização reside no fato dos problemas de programação matemática serem expressos utilizando uma linguagem de computador, cuja sintaxe é semelhante com o modelo padrão desses problemas apresentados nos livros e artigos científicos.

Um dos experimentos realizados no desenvolvimento deste trabalho foi a modelagem e implementação do Problema do Caixeiro Viajante [1] e a Figura 1 mostra uma das soluções encontradas para o caso de 30 cidades.

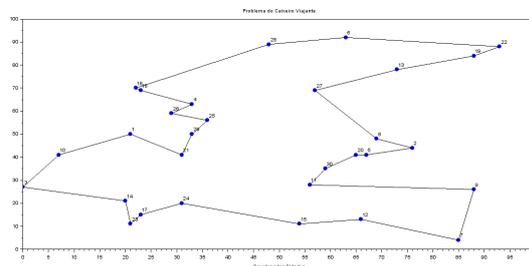


Figura 1: Solução para o caso de 30 cidades. Fonte: Próprio autor.

Concluimos que este trabalho permitiu realizar um estudo teórico de problemas de programação linear e programação inteira mista, além de ter possibilitado desenvolver experimentos e implementações utilizando um *solver* da área de otimização e isso é importante para estudos iniciais de pesquisa nessa área.

Agradecimentos

Para execução deste trabalho, agradecemos o apoio financeiro da Fundação Araucária.

Referências

- [1] M. Arenales et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- [2] A. Friedlander. **Elementos de programação não linear**. Campinas: Pontes, 1994.
- [3] F. S. Hillier e G. J. Lieberman. **Introdução a Pesquisa Operacional**. 9^a ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- [4] IBM. **OPL Language User's Manual - Verson 12, Release 8**. Online. Acessado em 2022, https://www.ibm.com/docs/en/SSSA5P_12.8.0/ilog.odms.studio.help/pdf/opl_languser.pdf.
- [5] J. Kronqvist et al. "A review and comparison of solvers for convex MINLP". Em: **Optimization and Engineering** (2019). DOI: 10.1007/s11081-018-9411-8.
- [6] A. A. Ribeiro e E. W. Karas. **Otimização contínua. aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo: Cengage Learning, 2013.