Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Um modelo linear não-homogêneo para a dinâmica de relações amorosas

Alan Santos Gois[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Luziânia, GO
Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, DF
Yuri Dumaresq Sobral[2]
Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, DF

O primeiro modelo matemático que descreve a dinâmica de relações amorosas foi proposto em [1] e tinha como base um sistema de equações diferenciais ordinárias lineares autônomas. De fato, considerando-se um casal típico (Eduardo e Mônica, por exemplo), podemos definir $E(t)$ como o sentimento de Eduardo por Mônica no instante t e $M(t)$ o sentimento de Mônica por Eduardo em t. Se $E > 0$, Eduardo está apaixonado por Mônica. Se $E < 0$, Eduardo odeia Mônica e se $E = 0$, Eduardo é indiferente a Mônica. Definições similares se aplicam para $M(t)$. O sistema proposto em [1] diz que

$$\begin{cases} \dfrac{dE}{dt} = \tau_e E + \omega_e M \\ \\ \dfrac{dM}{dt} = \omega_m E + \tau_m M \end{cases}, \tag{1}$$

em que τ_e, τ_m, ω_e e ω_m são constantes do modelo. Um estudo mais detalhado do modelo apresentado na Eq.(1) foi apresentado em [2], em que as constantes do modelo foram associadas às personalidades dos parceiros amorosos. O modelo da Eq.(1), porém, tem uma grave limitação: o seu único ponto fixo estava associado à indiferença mútua do casal, e a ausência de pontos fixos (estáveis) no primeiro quadrante do espaço das váriáveis $E,\ M$ atrela o sucesso de uma relação a que $E,\ M \to \infty$ com $t \to \infty$, o que não é razoável.

Após [1], diversos trabalhos (ver extensa compilação em [3]) propuseram modificações nos modelos de relações amorosas para que haja um ponto fixo estável no primeiro quadrante do espaço das váriáveis, isto é, um equilíbrio tal que $E, M > 0$, porém limitados, com $t \to \infty$. Uma das soluções para este problema incorpora ao modelo a atratividade de um parceiro para o outro [3], que normalmente é assumido como sendo uma base de valores de uma pessoa e, portanto, independente dos sentimentos que um parceiro esteja nutrindo pelo outro. Destas não-homogeneidades das equações, surge um ponto fixo no primeiro quadrante, cuja estabilidade dependerá das personalidades de cada um dos parceiros.

Neste trabalho, vamos considerar primeiramente a dinâmica de um casal que não é influenciado pela atratividade dos parceiros e depois de um casal de indivíduos que possuem atração. Queremos determinar quais condições podem ser suficientes para gerar uma relação amorosa de sucesso. O modelo proposto foi estudado analiticamente, a partir de caracterizações do seu ponto de equilíbrio. Soluções computacionais foram obtidas para auxiliar na compreensão dos resultados obtidos. Estas soluções foram obtidas utilizando-se a rotina scipy.integrate.odeint() implementada em Python.

[1] alangois@mat.unb.br
[2] ydsobral@unb.br

As soluções são representadas por dois gráficos, o primeiro com a evolução dos sentimentos de cada indíviduo ao longo do tempo e o segundo com o retrato de fase dos sentimentos dos dois envolvidos. O comportamento dos parceiros será introduzido através de mudanças de personalidade como reação individual ao sentimento individual de cada um, ao sentimento do outro e à atratividade do parceiro. Neste caso, o modelo pode ser escrito como

$$\begin{cases} \dfrac{dE}{dt} = \tau_e E + \omega_e M + \sigma_e A_m \\ \\ \dfrac{dM}{dt} = \omega_m E + \tau_m M + \sigma_m A_e \end{cases}, \tag{2}$$

em que $\tau_e, \tau_m, \omega_e, \omega_m, \sigma_e$ e σ_m são constantes de reações e A_e e A_m são as atratividades de Eduardo e Mônica, respectivamente, a serem especificadas.

Na configuração de casais sem atratividades, identificamos possibilidades de relações viáveis (em que $E, M > 0,\ t \to \infty$) para alguns valores dos parâmetros. Estes valores correspondem à configurações em que o ponto de equilíbrio na origem é instável e o sistema vai tender para $E, M \to \infty$ com $t \to \infty$. Por outro lado, quando há atratividade na interação do casal, obtivemos condições para as quais o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável e se encontra no primeiro quadrante do espaço de fase. Desta forma, com $t \to \infty$, o sistema tenderá à situações em que $0 < M, E < \infty$.

Os pontos fixos deste sistema serão estudados em função destes parâmetros e as condições necessárias para que uma relação amorosa de sucesso possa ser alcaçada serão discutidas. Além disso, uma breve comparação entre as personalidades dos casais em cada caso será apresentada.

Referências

[1] S.H. Strogatz. “Love affairs and differential equations”. Em: **Math. Magazine** 61 (1988), pp. 35–35.

[2] S.H. Strogatz. **Nonlinear dynamics and chaos**. Perseus Books Publishing. Cambridge, MA, Estados Unidos da América, 2000.

[3] S. Rinaldi et al. **Modeling Love Dynamics**. World Scientific Series on Nonlinear Science Series A — Vol. 89. Danvers, MA, Estados Unidos da América, 2016.