Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, 2022.

Trabalho apresentado no XLI CNMAC, Unicamp - Campinas - SP, 2022.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics
Preprint

Cálculo de Sequentes para um Sistema Paraconsistente

Luiz Henrique da Cruz Silvestrini[1]
Universidade Estadual Paulista, Unesp, FC, Bauru, SP

1 Introdução

A fim de promover uma nova perspectiva fundacional para a questão do raciocínio em termos lógicos, Carnielli e Lima Marques (cf. [1]) definiram uma hierarquia de semântica de sociedades finitárias, particularmente, estaremos interessados em uma lógica paraconsistente das sociedades biassertivas abertas, o sistema P1, empregado em contextos com informações conflitantes, de modo a formalizar ambientes lógicos paraconsistentes, no sentido de derrogar o princípio da não-contradição, sem que esta negação trivialize o cálculo obtido.

O sistema paraconsistente P1 foi introduzido por A. M. Sette em 1973 a fim de obter o cálculo paraconsistente mais simples possível. Além disso, sabemos que P1 é um subsistema do Cálculo Proposicional Clássico (CPC), e é maximal no sentido que se adicionarmos aos seus axiomas qualquer tautologia clássica que não seja uma P1-tautologia, o sistema resultante colapsa com o CPC.

Ademais, o sistema P1 é uma lógica trivalorada que, ao contrário da lógica clássica, não admite apenas dois valores de verdade, mas sim três, estes são 1, $\frac{1}{2}$ e 0. Os valores 1 e 0 denotam, respectivamente, verdade e falsidade, enquanto que $\frac{1}{2}$ pode ser interpretado como "verdade por falta de evidencia do contrário".

O objetivo deste trabalho é apresentar o sistema P1 em cálculo de sequentes, o qual denotamos GP1, em que este se estabeleça como método dedutivo alternativo ao axiomático, para a lógica P1, e esboçar os caminhos para a adequação dedutiva entre os sistemas, explicitando os teoremas necessários para que toda dedução obtida em sequentes, também seja deduzida no sistema axiomático original de P1.

O método de prova denominado cálculo de sequentes, foi criado em 1935 por Gerhard Gentzen, com a intenção de demonstrar o teorema da eliminação do corte (ou Hauptsatz), para que fosse possível provar a consistência da aritmética. Esse sistema, criado por Gentzen como uma extensão de seu sistema de prova de dedução natural, pode ser considerado o sistema mais elegante e favorável para tratamento matemático.

2 O sistema axiomático P1

O sistema P1 pode ser caracterizado pelos seguintes axiomas:

$(Ax1)$ $A \to (B \to A)$
$(Ax2)$ $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
$(Ax3)$ $(\neg A \to \neg B) \to ((\neg A \to \neg\neg B) \to A))$
$(Ax4)$ $(A \to B) \to \neg\neg(A \to B)$

[1] lh.silvestrini@unesp.br

A *Modus Ponens* $(A, A \to B \vdash B)$ é a única regra de inferência do sistema. A contraparte semântica pode ser dada pela caracterização matricial $\mathcal{M}_{P1} = (\{1, \frac{1}{2}, 0\}, \to, \neg, \{1, \frac{1}{2}\})$, definida em [1].

O sistema P1 pode ser visto como a lógica das sociedades biassertivas abertas, as quais oferecem uma nova perspectiva fundacional à questão do raciocínio de caráter paraconsistente. Como exemplo de aplicação das Semânticas de Sociedades podemos citar o uso em banco de dados aeronáuticos.

3 O sistema de sequentes GP1

Inspirados nos trabalhos de Gentzen e Zach (cf. [2] e [3]), introduzimos um sistema de sequentes para P1. Um sequente Γ para P1 é uma expressão da forma:

$$\Gamma_0 \Rightarrow \Gamma_{\frac{1}{2}} \mid \Gamma_1$$

Em que para $i \in \{1, \frac{1}{2}, 0\}$, cada Γ_i é um sequência finita de fórmulas. Cada Γ_i é um componente de Γ. Alguma Γ_i pode ser a sequência vazia $\emptyset$. Apresentaremos os axiomas característicos de GP1 e suas regras.

Considerações finais

Trata-se de um trabalho em andamento, no qual desenvolvemos as regras/axiomas do sistema GP1, bem como regras estruturais e operacionais e demonstramos que todos os axiomas do sistema P1 podem ser deduzidos através do sistema proposto e a única regra de inferência do sistema preserva a validade. Para finalizar a adequação entre os sistemas P1 e GP1, mostraremos ainda que se um sequente de GP1 é válido, então ele é demonstrável.

Agradecimentos

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa Sistemas Adaptativos, Lógica e Computação Inteligente-SALCI/CNPq.

Referências

[1] Carnielli, W. A. and Lima-Marques, M. Society semantics for multiple-valued logics. In W. A. Carnielli and I. M. L. D'Ottaviano, editors, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science*, volume 235 of Contemporary Mathematics Series, pages 33-52. American Mathematical Society, 1999.

[2] Gentzen, G. *The collected papers of Gerhard Gentzen.* Editor M. E. Szabo. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1969.

[3] Zach, R. *Proof Theory of Finite-valued Logics.* Diplomarbeit, Vienna, Austria: Technische Universität Wien, 1993. DOI: 10.11575/PRISM/38803.