

Equações Diferenciais: Uma Análise de Problemas Aplicados Através do Software GeoGebra

Valkiria C. da Silva¹
 Arlyson A. do Nascimento²
 Enaldo V. de Melo³
 Diogo M. S. Castro⁴
 IFAL, Maceió, AL

A disciplina Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) é parte fundamental do ensino de Cálculo e é notória sua importância na resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento. Por exemplo, as equações diferenciais simples correspondem a modelos físicos úteis, tais como decaimento de substâncias radioativas, o comportamento de sistemas de massas e molas e o comportamento de circuitos elétricos [1]. Segundo Darezzo Filho, Arenales e Salvador [2], o ensino através da modelagem de problemas reais, construindo a teoria para obter a solução analítica e numérica finalizando com o desenvolvimento de mapas mentais integrados com a linguagem escrita, oral e computacional estimulam a criatividade e o aprendizado significativo dos estudantes.

Diante do exposto, este trabalho traz uma proposta de estudo das equações ordinárias lineares de primeira ordem, usando o software GeoGebra, aplicando-o a alguns problemas contidos em livros didáticos usados nos Cursos de Licenciatura de Matemática. O GeoGebra é um software gratuito e multiplataforma de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino, que combina Geometria, Álgebra, etc. Um dos problemas abordados foi o seguinte: “Um tanque contém 1000 L de água pura. Água salgada com 0,05 kg de sal por litro de água entra no tanque a uma taxa de 5 L/min. Água salgada com 0,04 kg de sal por litro de água entra no tanque a uma taxa de 10 L/min. A solução é mantida completamente misturada e sai do tanque a uma taxa de 15 L/min. Quanto sal está no tanque depois de t minutos e depois de 1 hora?” [3].

Tomando a equação

$$\frac{dy}{dt} = \frac{130 - 3y(t)}{200}, \quad (1)$$

de valor inicial $y(0) = 0$ e utilizando o applet com as construções de botões “Mostrar Campo de Direções”, podemos visualizar o formato geral da família de soluções aumentando dinamicamente a quantidade de segmentos através do controle deslizante “Campos de Direções”. Observando o deslocamento horizontal dos segmentos de retas dos campos, percebemos que esses segmentos são paralelos uns aos outros (Figura 1). Isso ocorre porque $y' = (130 - 3y)/200$, não depende da variável t . Traçando um conjunto de soluções através do comando “Outras Soluções”, notamos que as curvas ao longo do tempo tendem a uma quantidade de sal de aproximadamente 43 kg. Podemos deduzir que o limite de qualquer equação solução $y(t)$ quando $t \rightarrow \infty$ é aproximadamente 43. E ainda que, a função constante $y(t) \approx 43$ é uma solução de equilíbrio. Após essa análise inicial, podemos observar a solução particular e geral para a equação diferencial habilitando os comandos “Mostre Equação” e “Mostre Solução Geral”, respectivamente (Figura 2).

¹vcs7@aluno.ifal.edu.br

²arlyson.nascimento@ifal.edu.br

³enaldo.melo@ifal.edu.br

⁴diogo.castro@ifal.edu.br

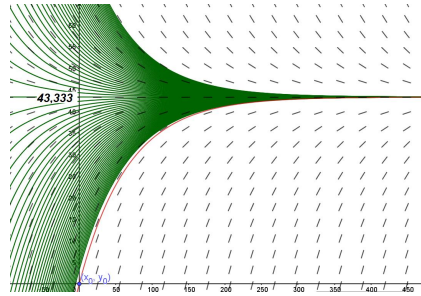


Figura 1: Limite da família de soluções da equação diferencial. Fonte: Autora, 2022.

CAMPO DE ENTRADA

Equação Diferencial: $\frac{dx}{dy} = \frac{130 - 3y}{200}$

Condições Iniciais: $x_0 = 0$, $y_0 = 0$

Calcular Ponto: $x_n = 60$, $y_n = 25.71531$

SOLUÇÃO ALGÉBRICA

Solução Particular: $y = \frac{-130}{3} e^{-3 \cdot \frac{60}{200}} + \frac{130}{3}$

Solução Geral: $y = c_1 e^{-3 \cdot \frac{60}{200}} + \frac{130}{3}$

Mostre Equação Mostre Solução Geral

Figura 2: Solução Particular e Geral calculada pelo applet. Fonte: Autora, 2022.

Através da análise desse e dos outros problemas, verificamos que o software proporcionou um ótimo ambiente virtual para o ensino de EDO. Ele contribuiu para despertar o interesse dos alunos e incentivá-los a explorar o conteúdo, tornando-os um agente ativo no processo de aprendizagem. Pois, no lugar de se portarem somente como aquele que fica absorvendo os conteúdos, o aluno é estimulado a construir seu conhecimento através da investigação que o applet fornece.

Agradecimentos (opcional)

Os autores agradecem à Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação do IFAL - PRPPI, pelo auxílio financeiro que os ajudou a participar deste CNMAC.

Referências

- [1] W.E. Boyce e R.C. DiPrima. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. Rio de Janeiro: Grupo Gen - LTC, 2010.
- [2] S. H. V. Arenales, J. A. Salvador e A. D. Filho. “Mapas Conceituais e Ferramentas Computacionais no Ensino de Equações Diferenciais”. Em: **Resumo das Comunicações do XXVI CNMAC**. 2003, p. 200.
- [3] J. Stewart. **Cálculo**. 7^a ed. Vol. 1. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2011.