

Modelo de dinâmica populacional para controle de pragas da soja

Daniela R. Monteiro¹; Carlos A. de Moura²

UERJ, Rio de Janeiro, RJ

João F. da C. A. Meyer³

UNICAMP, Campinas, SP

Resumo. O controle de pragas nocivas a uma dada lavoura de soja é um cenário preocupante na ecologia. Dessa forma, o presente trabalho propõe uma abordagem alternativa na simulação matemática para realização do controle biológico nessa lavoura. A modelagem de dinâmica populacional desenvolvida utiliza, de forma inédita, o acréscimo na capacidade de suporte do predador e mostra o efeito de aumento/diminuição das presas. Essas equações, que modelam comportamentos de interação entre espécies presentes em um meio, possuem um sistema onde temos a presença da equação diferencial parcial não linear para modelar a dispersão do fungo introduzido no cultivo da soja com vistas a agir como controle biológico da praga considerada.

Palavras-chave. EDP, Controle Biológico, Ecologia Matemática

1 Introdução

A soja é um grão muito utilizado na alimentação. Atualmente, o Brasil é o principal produtor mundial de soja, segundo [2]. Muito presente na fabricação de rações como fonte de proteína para a criação animal, produção de óleo vegetal ou até mesmo na produção de biocombustível, é um grão que apresenta um ótimo retorno econômico para os produtores. Por sua versatilidade, é um grão com alta produção e que sofre como qualquer lavoura ao ser atacado por pragas.

Nosso estudo busca conhecer a aplicação de um controle biológico realizado com o fungo *Nomuraea rileyi* contra as lagartas *Anticarsia gemmatalis*, principais desfolhadores da soja [1], que causam grandes estragos à plantação e com isso à produção da lavoura.

Este trabalho busca então mostrar modelos de dinâmica populacional, mais especificamente o embate entre a lagarta da soja (*Anticarsia gemmatalis*) com o fungo (*Nomuraea rileyi*), no sentido de avaliar a introdução de um controle biológico dessa praga, a lagarta da soja, no seu cultivo, dada a sua importância para a economia brasileira e os malefícios provocados pelo uso indiscriminado dos agrotóxicos.

2 Modelagem Matemática

O modelo presa-predador/lagarta-fungo será tratado como um sistema para duas populações P_1 e P_2 que interagem com adaptações necessárias comentadas a seguir. Deve ser observado que, para o fungo, não há dispersão populacional, apenas a dinâmica populacional interespecífica, enquanto que, para a lagarta, essa dispersão está presente.

¹danielarmonteiro@gmail.com

²demoura@ime.uerj.br

³jmeyer@unicamp.br

O modelo aqui proposto é dado por

$$\begin{cases} \frac{dF}{dt} = \lambda_F F \left(1 - \frac{F}{K + L}\right) + \beta_{FL} FL, \\ \frac{\partial L}{\partial t} - \alpha_L \Delta L + \nabla \cdot \nabla L = \lambda_L L \left(1 - \frac{L}{M}\right) - \beta_{LF} LF, \end{cases} \quad (1)$$

com as condições iniciais:

$$F(0) = F_0 \text{ e}$$

$$L(x, y, 0) |_{\Omega} = L_0(x, y) |_{\Omega}.$$

Aqui, denota-se:

F – população de fungos; L – população de lagartas; λ_F – taxa de crescimento populacional de fungos; K – capacidade de suporte de fungos; β_{FL} – efeito benéfico da lagarta sobre fungos; α_L – coeficiente de dispersão populacional da lagarta; ∇ – direção preferencial de um transporte advectivo da lagarta; λ_L – taxa de crescimento populacional da lagarta; M – capacidade de suporte das lagartas; β_{LF} – efeito sobre as lagartas da predação do fungo.

A diferença nos tratamentos usuais de sistemas deste tipo com a inclusão da variável dependente $L(x, y, t)$ torna a capacidade de suporte dos fungos dependente da população de lagartas.

O sistema (1) é discretizado no espaço utilizando o Método de Diferenças Finitas centradas. Já no tempo utiliza-se o Método de Crank–Nicolson. Esta escolha se dá devido ao fato de ambos terem erros de 2ª ordem em, respectivamente, x, y e t [5].

Embora, haja uma dispersão, tal fenômeno é discreto, caracterizando uma dispersão que não é considerada como uma difusão contínua neste trabalho. Assim, embora exista uma variação espacial da população de fungos, os termos de difusão e advecção não figuram na equação relativa a essa população. Isto justifica o uso de uma EDO (equação diferencial ordinária) para os fungos acoplada a uma EDP (equação diferencial parcial) para as lagartas.

3 Simulações Numéricas

Para a realização das simulações numéricas, utilizou-se o software Octave versão 7.3.0. A escolha de tal software deu-se por ser ele um *freeware* de fácil instalação, desenvolvido para a implementação de algoritmos numéricos, com uma extensa biblioteca de recursos numéricos e gráficos. Faz parte do projeto GNU (cujo objetivo é fornecer um sistema operacional completo e totalmente composto por software livre). Escrito por John W. Eaton, possui compatibilidade com MATLAB e um grande número de funções semelhantes⁴.

Uma das funções matemáticas interessantes do Octave é que ele possui o Método de Eliminação Gaussiana otimizada incorporado ao seu pacote interno. O método foi utilizado durante o desenvolvimento do algoritmo.

Estudos de controle da praga da soja, *Anticarsia gemmatalis*, usando o fungo, *Nomuraea. rileyi*, já foram realizados por [7], [9], [10], [13], porém tais estudos não utilizavam o modelo proposto. Por não o usarem, mas sim um modelo mais simplificado, não existem valores para boa parte dos parâmetros acima.

Para contornar essa dificuldade, realizou-se uma pesquisa em outros problemas de controle biológico para estimar os possíveis valores das outras variáveis. Utilizaram-se como base acadêmica os arquivos de [8], [11], [12], [3], [4] e assim foi possível estimar os valores necessários para a simulação. A primeira simulação tem base na academia e as demais são estimativas do modelo.

⁴OCTAVE disponível para download em <https://octave.org/download.html>. Acesso em: 05 mar. 2023.

3.1 Resultados das Simulações

A seguir, serão apresentadas algumas simulações com os respectivos valores de parâmetros utilizados. Os parâmetros não citados abaixo encontram-se disponíveis em [6]. Para efeito de comparação, a simulação numérica 1, será utilizada como base para as demais simulações. Nessas simulações serão apresentados os principais parâmetros utilizados nas tabelas e serão enfatizados os valores que foram ajustados em cada uma de tais simulações.

Tabela 1: Parâmetros considerados na simulação numérica – 1

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$1.25e+4$	$4.0e+4$

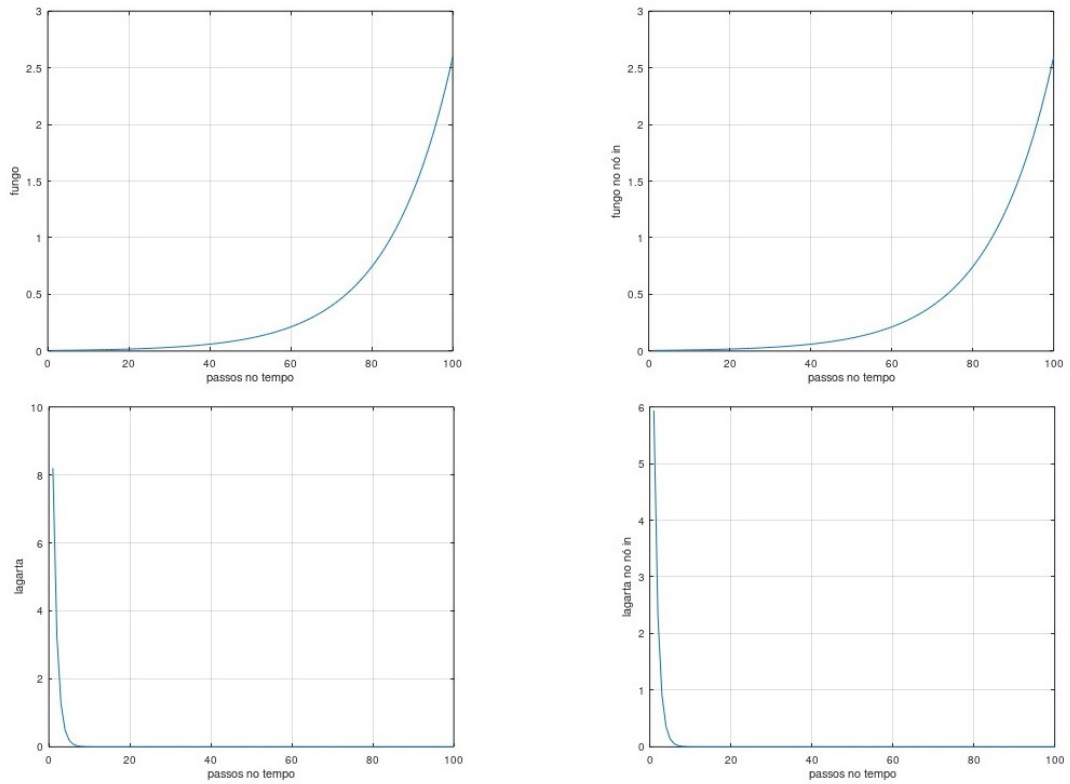


Figura 1: Evolução temporal e espacial do modelo (1) considerando os parâmetros dados na Tabela 1

Nesta primeira simulação temos não só o crescimento logístico da população de fungos, mas também a eliminação das lagartas de maneira bastante rápida e, portanto, eficiente. Nas simulações seguintes, serão comentadas as modificações realizadas e o objetivo das variações dos parâmetros.

Tabela 2: Parâmetros considerados na simulação numérica – 2

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$2.0e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$1.25e+4$	$5.0e+4$

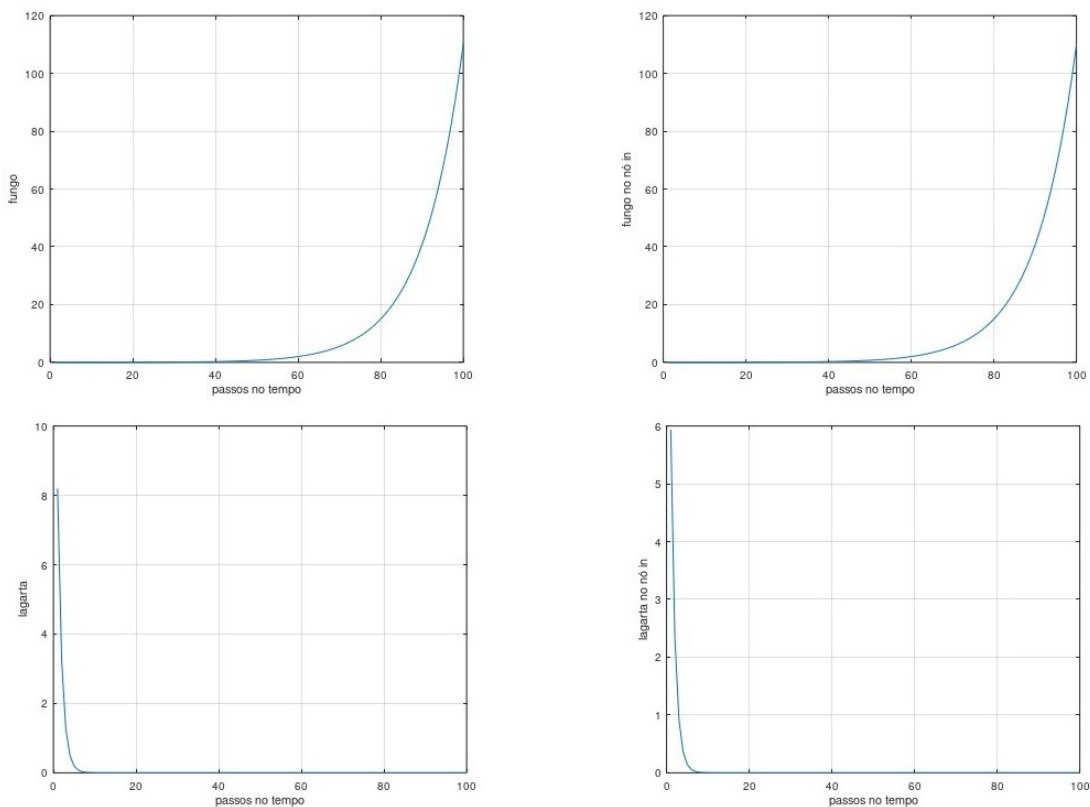


Figura 2: Evolução temporal e espacial do modelo (1) considerando os parâmetros dados na Tabela 2

Alterações realizadas nos parâmetros: α_L e L_L .

Nesta simulação, o coeficiente de dispersão populacional da lagarta é aumentado, simulando uma espécie que se movimenta mais e, portanto, forrageia melhor. O incremento na capacidade de suporte das lagartas indica lagartas mais resilientes no mesmo meio, o que resulta em uma superior capacidade de suporte.

Tabela 3: Parâmetros considerados na simulação numérica – 3

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-3$	$1.25e-4$	$0.125e-6$	$0.125e0$	$0.5e-1$	$2.5e+4$	$4.0e+4$

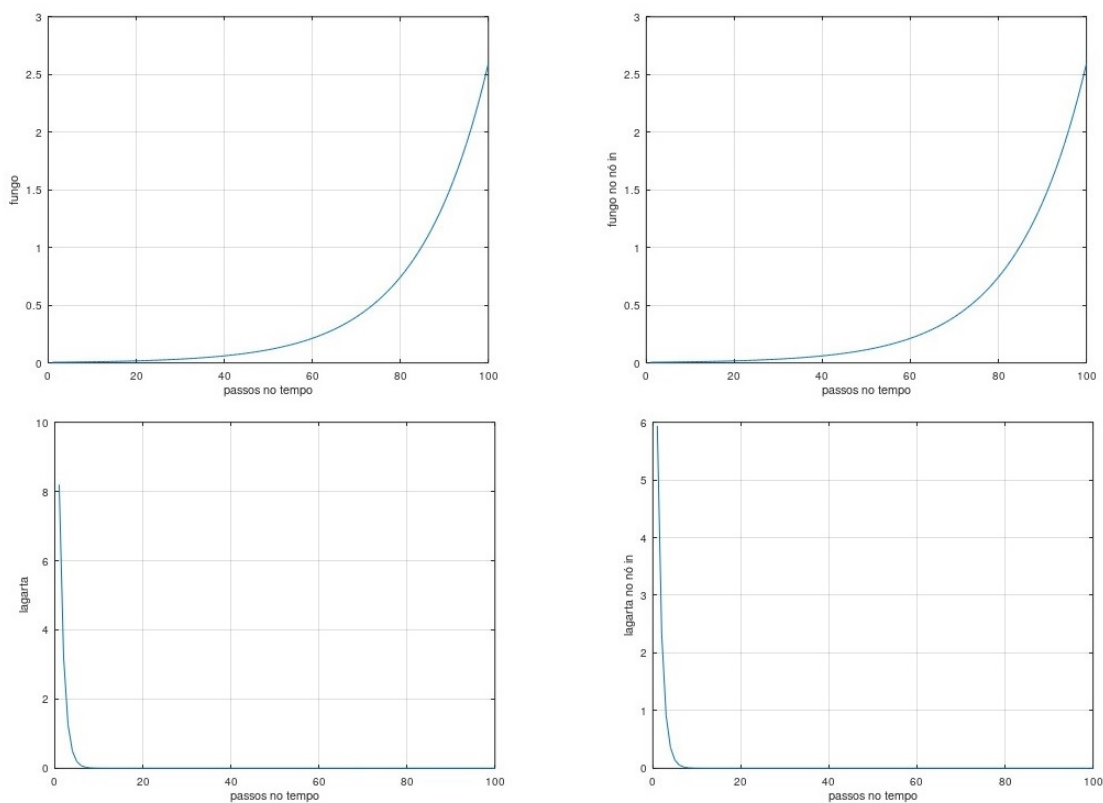


Figura 3: Evolução temporal e espacial do modelo (1) considerando os parâmetros dados na Tabela 3

Alteração realizada no parâmetro: K_F .

Nesta terceira simulação, a diferença foi mudando significativamente a capacidade de suporte da população de fungos, uma situação em que se reduz a dificuldade de sobrevivência no meio mas, em termos do controle biológico, os resultados continuaram sem diferenças de relevância no controle biológico.

Tabela 4: Parâmetros considerados na simulação numérica – 4

α_L	β_{FL}	β_{LF}	L_{BF}	L_{BL}	K_F	L_L
$1.25e-5$	$0.0125e-5$	$0.0625e-8$	$0.125e0$	$0.75e-1$	$1.25e+4$	$4.0e+4$

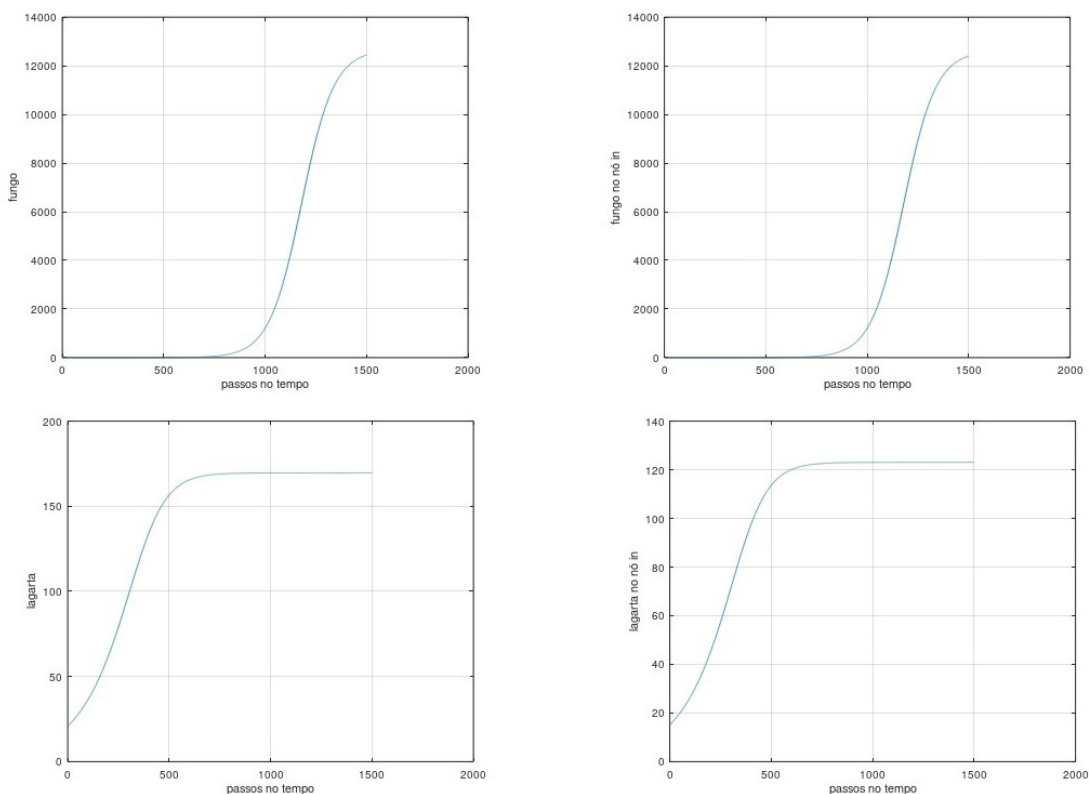


Figura 4: Evolução temporal e espacial do modelo (1) considerando os parâmetros dados na Tabela 4

Nesta última simulação, ocorreram modificações em diversos parâmetros, indicando, sobretudo de modo qualitativo, uma situação com: (1) menor dispersão populacional das lagartas; (2) redução nos parâmetros de como fungos e lagartas afetam-se mutuamente ou seja, a predação dos fungos sobre as lagartas e o benefício disso nos próprios fungos é menor (significativamente); (3) uma melhor taxa intrínseca de reprodução dos fungos no meio, permitindo um aumento populacional maior por parte dessa população; e (4) capacidades de suporte menores para fungos e lagartas, indicando uma situação em que a obtenção de alimentos é mais difícil e, portanto, o meio sustenta populações menores de ambas as espécies.

Assim, foram realizadas modificações em todos os parâmetros no sentido de ilustrar diferentes cenários no convívio de fungos e lagartas nessa relação de predação ou de parasitismo.

4 Considerações Finais

Propusemos em [6] o que seria uma adequada modelagem dessa ação interespecífica e desenvolvemos um modelo matemático que consiste em um sistema não-linear que acopla uma equação diferencial ordinária a uma equação a derivadas parciais. Consideram-se efeitos de dispersão com um possível transporte advectivo, discretizado no espaço via emprego do método de diferenças finitas centradas, juntamente com a utilização do método de Crank–Nicolson para discretizar a variável temporal. Esse modelo foi desenvolvido e programado em ambiente *freeware* Octave.

Os principais sistemas de dinâmicas populacionais existentes consideram duas populações que

coexistem imersas em um processo de competição, comensalismo. As relações predador-presa assim modeladas exibem aspectos tanto intraespecíficos como interespecíficos com dispersão espacial, enquanto o modelo aqui desenvolvido supõe um sistema de duas populações P_1 e P_2 que interagem entre si, num convívio em que a população de fungos não efetua uma dispersão geográfica, havendo tão somente uma dinâmica populacional interespecífica, enquanto que a população de lagartas passa por uma dispersão em termos espaciais.

Foi desenhado um algoritmo que, programado no ambiente Octave, pode produzir algumas simulações de cenários possíveis para o convívio das duas espécies estudadas. Como na literatura disponível não localizamos todos os parâmetros necessários para simulação mais acurada, usamos valores aproximados com base em estudos de outros tipos de interações entomológicas. O modelo utilizado apresentou, em todas as simulações, um comportamento totalmente dentro das expectativas. Ao longo do tempo, a quantidade de lagartas diminuía com a ação do fungo, cuja população aumentava graças à predação. Chegamos, portanto, a resultados coerentes com expectativas geradas por observações de campo divulgadas na literatura e que, portanto, justificam sua avaliação como qualitativamente relevantes.

Agradecimentos

DRM (autora) agradece aos orientadores Carlos Antônio de Moura e João Frederico da Costa Azevedo Meyer, por todo o apoio durante esse trabalho e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) graças ao suporte financeiro de código 001.

Referências

- [1] C. J. AVILA e V. SANTOS. **EMBRAPA: Soja - Manejo Integrado de Pragas**. 5a. ed. Paraná: Embrapa, 2014. ISBN: 516-781X.
- [2] Embrapa. **Embrapa Soja**. Online. Acessado em 02/03/2023, <https://www.embrapa.br/web/portal/soja/cultivos/soja1/dados-economicos>.
- [3] A. FRANK e D. C. MISTRO. “Um modelo para controle biológico de pragas associado ao uso de pesticida”. Em: **Proceeding Series**. CNMAC, 2014, pp. 1551–1558.
- [4] R. M. FREIRE. “Modelagem matemática para a simulação de estratégias de controle biológico da mosca-do-mediterrâneo c. “*capitata (diptera: tephritidae)*”, em plantações de citrus: utilização de variáveis temporais e espaciais”. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007, p. 127.
- [5] C.F. GERALD e P.O WHEATLEY. **Applied Numerical Analysis**. 7a. ed. Califórnia: Pearson, 2004. ISBN: 0-321-13304-8.
- [6] D. R. MONTEIRO. “Um modelo de ecologia matemática para o controle de pragas com base na dinâmica populacional: estudo de caso no controle da praga da soja”. Tese de doutorado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2021, p. 81.
- [7] D. R. MONTEIRO. “Uma abordagem por meio da teoria dos jogos de um modelo em ecologia matemática”. Dissertação de mestrado. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2013, p. 103.
- [8] R. B. PATA e E. R. CARA. **Modelo de Lotka–Volterra: a dinâmica predador-presa**. 9° Salão internacional de ensino, pesquisa e extensão. Santana do Livramento: Siepe Extensão - Siepe, 2017.

- [9] M RAFIKOV. **Notas do Minicurso: Aplicação dos modelos matemáticos no controle de populações**. Santa Catarina: UFSC, 2003.
- [10] L. H. S. SANTOS. “Teoria de controle ótimo com aplicações a sistemas biológicos”. Dissertação de mestrado. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2012, p. 96.
- [11] R. C. SOSSAE. “Dinâmica populacional densidade-dependente em processos de dispersão e migração”. Dissertação de mestrado. Unicamp, Campinas, 1995, p. 117.
- [12] R.C. SOSSAE e J.F.C.A. MEYER. “Fenômenos Dispersivos e migratórios em modelos de dinâmica populacional”. Em: **Anais do XVI CNMAC**. 1993, p. 29.
- [13] E. R. SUJII, M. S. TIGANO e SOSA D. “Simulação do impacto do fungo *Nomuraea rileyi* em populações da lagarta da soja *Anticarsia gemmatalis*.” Em: **Pesq. Agropec. Bras.** 2012.