

Análise de Testes de Poço Utilizando o Método de Convolução Pressão-Pressão

Tahyz G. Pinto,¹ Sinesio Pesca,² Abelardo B. Barreto Junior³

Departamento de Matemática/PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ

Resumo. A convolução é uma operação amplamente utilizada nas mais variadas áreas de conhecimento como em circuitos elétricos, técnicas de aprendizagem profunda *Deep-Learning*, interpretação de dados sísmicos, entre outros. Neste trabalho, mostra-se uma outra aplicação da operação de convolução em problemas relacionados à indústria de óleo e gás. O principal objetivo é destacar a importância da operação de convolução em engenharia de reservatórios e apresentar uma abordagem que relaciona funções de pressão, denominada por convolução pressão-pressão. Mais ainda, busca-se exibir como sua aplicação é notadamente eficiente na análise de dados de pressão e no diagnóstico de parâmetros e de regimes de fluxo de um reservatório de petróleo.

Palavras-chave. Convolução, Teste de poços, Transiente de pressão, Engenharia de Reservatórios

1 Introdução

A convolução é uma operação matemática linear de grande importância e amplamente utilizada em diversas áreas de conhecimento. Podem-se citar instâncias que envolvem a análise de dados complexos, como processamento de sinal e processamento de imagem. Neste contexto, a convolução tem se evidenciado, por atuar como base para muitas técnicas de aprendizagem profunda (*deep learning*). Também pode-se descrever como a operação de convolução tem desempenhado um papel importante na indústria de energia, especialmente em desafios relacionados ao setor de óleo e gás. Alguns exemplos incluem processamento de dados sísmicos na área de geologia e geofísica, e, sobretudo, em engenharia de reservatórios, com o objetivo de assistir problemas relacionados a testes de poços. Sendo assim, este estudo está direcionado especialmente para a utilização da operação de convolução em testes de poços, que é um procedimento utilizado para determinar as propriedades físicas e diagnosticar o comportamento do fluxo em um reservatório. A convolução pode ser adotada como método em teste de múltiplas vazões, que envolve avaliação do desempenho do poço sob variados valores de vazões de produção. Também é utilizada em testes que buscam investigar como a ação de um poço localizado em dado ponto no espaço interfere nas observações examinadas em um outro poço perfurado em uma região distinta do primeiro [7], [8]. Contudo, a convolução é principalmente empregada no contexto do cálculo da pressão e da vazão observadas ao longo do tempo. Esses dados são cruciais, pois auxiliam na obtenção de informações valiosas sobre o comportamento, tamanho, forma e também parâmetros desconhecidos dos reservatórios. De maneira geral, a convolução é utilizada para analisar as respostas dos poços a diferentes estímulos e extrair informações importantes sobre o reservatório estudado.

Kuchuk et al. [9] apresentam variadas metodologias analíticas que empregam o cálculo da convolução em soluções de equações diferenciais parciais que modelam o diferencial de pressão ao longo

¹tahyzgp@aluno.puc-rio.br

²sinesio@puc-rio.br

³abelardo.puc@gmail.com

do tempo. Essas soluções apresentam estimativas confiáveis de parâmetros do reservatório que são fundamentais para um bom planejamento de um projeto de exploração, tais como a permeabilidade e a porosidade da rocha reservatório. Estes parâmetros são decisivos para tomada de decisão se o reservatório é viável de ser explorado. A permeabilidade, por exemplo, é uma propriedade que indica a capacidade da formação de transmitir fluidos e auxilia na avaliação da produção de petróleo em um campo. Da mesma forma, a porosidade permite a avaliação da quantidade de espaços vazios na rocha, que podem servir de caminhos para que o fluido seja escoado até a região em que o poço é perfurado. Sendo assim, a caracterização do reservatório, que pode ser alcançado a partir de métodos convolucionais, demonstra a extrema importância dessa técnica para a indústria de energia.

A aplicação da convolução exerce uma função fundamental na análise de testes de poço para resolver equações diferenciais. Essa abordagem, quando combinada com a transformada de Laplace, proporciona uma eficiente resolução dessas equações. A importância da transformada de Laplace reside em sua capacidade de auxiliar a resolver problemas que envolvem equações diferenciais ordinárias e parciais lineares de forma simplificada [4], convertendo o domínio do problema e, transformando as equações diferenciais em equações algébricas. No domínio de Laplace, a operação convolução é expressa como uma operação de multiplicação. Dessa forma, com a conversão de domínio realizada, a busca por soluções para inúmeras equações que modelam problemas físicos tem o nível de complexidade reduzido [14].

O objetivo deste trabalho é apresentar um método de convolução que relaciona diferentes dados de pressão em um sistema radial e mostrar que a partir da determinação de um *kernel* adequado, torna-se viável aplicar este método em diferentes tipos de reservatório em problemas relacionados a teste de poços. Essa técnica é denominada convolução pressão-pressão e foi introduzido na literatura por Goode et al. [5] para testes com sondas devido à grande quantidade de imprecisões que envolvem as medições de vazão. Para esse propósito, será mostrado uma breve revisão matemática sobre a convolução e sua utilização no cálculo de dados de pressão em um teste de poço. Em seguida, será apresentada a formulação da convolução pressão-pressão e sua aplicação e também resultados para um modelo de reservatório radial homogêneo.

2 Convolução

A operação de convolução, simbolizada por $*$, relaciona linearmente duas funções x e g , que podem ser contínuas ou discretas. Esse relacionamento é denotado por $(x * g)$, e é definido utilizando o conceito de soma, multiplicação e deslocamento no domínio do tempo t . A função resultante a $(x * g)$, é uma terceira função $y(t)$, que expressa como o comportamento da função x é alterado de acordo com o da função g , ou vice e versa. Quando as funções x e g são contínuas, a definição usual de convolução é determinada pela integral do produto de x e g [3], e é demonstrada como segue:

$$y(t) = (x * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)g(t - \tau)d\tau, \quad (1)$$

onde $x(t)$ é a função de entrada do sistema, $g(t)$ é o *kernel* da convolução, e $y(t)$ é a resposta do sistema, produzida pela integral do produto entre x e g , após g ter sido deslocada no tempo t .

Na figura 1 é ilustrada uma representação esquemática de uma convolução, a partir da aplicação de um impulso ao sistema. No fluxograma superior observa-se uma função de entrada $\delta(t)$, também conhecida por delta de Dirac, sendo aplicada a um sistema linear e invariante no tempo G . $\delta(t)$ é uma função matemática que representa um impulso unitário em um instante de tempo [4]. O retorno dessa operação, é a resposta ao impulso $g(t)$, o *kernel* da convolução. Já no fluxograma inferior, nota-se que, ao se ter conhecimento da função $g(t)$, obtém-se uma resposta de saída ao

sistema, $y(t)$, dada pela equação (1), para uma entrada arbitrária $x(t)$. Por meio deste esquema, é possível observar que, quando se tem o conhecimento da resposta de um sistema a um impulso, torna-se viável identificar a resposta deste sistema a um estímulo de entrada qualquer.

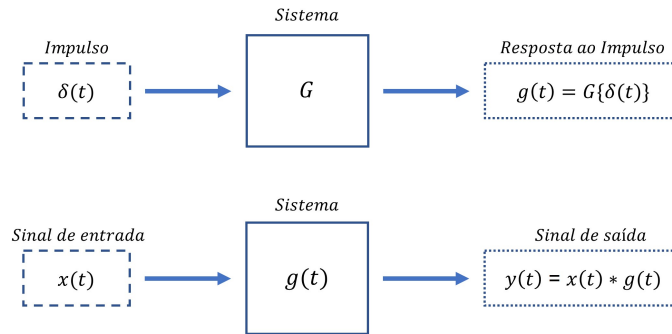


Figura 1: Representação esquemática de um sistema de convolução em que uma função impulso unitário δ atua sobre o sistema G e provoca uma resposta $g(t)$. Esta resposta é utilizada para descrever como será a função de saída do sistema $y(t)$ a uma função de entrada arbitrária $x(t)$.

Na literatura de teste de transiente de pressão, a integral de convolução se destaca como uma das principais ferramentas utilizadas para estimar a resposta de pressão em função de uma vazão de produção que varia com tempo [8]. Esse método é conhecido como Princípio de Duhamel ou como convolução pressão-vazão (convolução p-v) e tem sido extensivamente empregado para encontrar soluções para equações diferenciais parciais com condições de contorno dependente do tempo [9]. A equação 2 apresenta a formulação do princípio de Duhamel [10].

$$\Delta p_w(r, t) = \int_0^t q_{sf}(\tau) \frac{\partial p_u}{\partial t}(r, t - \tau) \partial \tau, \quad (2)$$

na qual q_{sf} caracteriza a vazão na face de formação e é estabelecida como a função de entrada do sistema. $\frac{\partial p_u}{\partial t}$ é o gradiente da resposta de pressão para uma vazão unitária (impulso unitário) e configura o *kernel* da convolução, ou resposta ao impulso ($g(t) \equiv \frac{\partial p_u}{\partial t}$). Δp_w indica a resposta de queda de pressão no poço, a resposta de saída do sistema devido a aplicação de uma vazão variável. O esquema apresentado na figura 1 explica o funcionamento da convolução pressão-vazão.

De acordo com Thompson e Reynolds [13], o princípio de Duhamel (equação 2) converte os dados de pressão segundo uma vazão de produção variável em dados correspondentes aos que seriam obtidos para uma vazão constante na face da formação. Assim, torna-se possível a aplicação de procedimentos bem conhecidos na análise desses dados, como por exemplo o uso de gráficos semilogarítmicos da pressão contra o tempo [11], curvas-tipo [2], [6] e o método da derivada de Bourdet [1]. No entanto, Kuchuk et al. [9] afirma que uma porção significativa das realizações das medições de vazão ocorrem na superfície e, embora realize-se em um número relevante, essas medições apresentam desvantagens que impedem que indicadores precisos de pressão no fundo do poço sejam usados como resposta do sistema.

Conforme mostrado por Goode et al. [5], a partir da equação (2), pode-se derivar uma formulação na qual o termo da vazão q_{sf} desaparece. Essa formulação é chamada convolução pressão-pressão (convolução p-p) e é fundamentado na possibilidade de se medir dados de pressão em duas posições espaciais totalmente distintas. Esse método tem sido utilizado para identificar regimes de fluxo e estimar parâmetros do reservatório, que são de importância crítica na indústria de petróleo, sem a necessidade de medições de taxas de fluxo, o que evita as incertezas associadas a essas medições.

3 Aplicação da convolução pressão-pressão em um sistema de escoamento monofásico

O método da convolução pressão-pressão relaciona duas funções de pressão adquiridas em diferentes pontos espaciais no sistema (no reservatório ou na formação). Como apresentado por Goode et al. [5], para alcançar a formulação da convolução p-p, emprega-se o princípio de Duhamel (equação (2)) para dois pontos espaciais distintos de um modelo. Sendo assim, seguindo o trabalho de Kuchuk et al. [9], será considerado uma modelagem de teste entre dois poços para um reservatório radial infinito. O esquema está apresentado na figura 2.

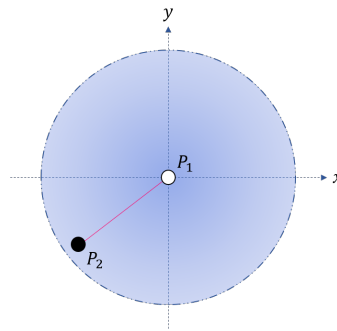


Figura 2: Modelo bidimensional de um reservatório radial infinito com alocação de dois poços: P_1 e P_2 .

Como observado na figura 2, na posição $r = r_1$, na origem do plano cartesiano, está situado um poço produtor P_1 e em $r = r_2$, com $|r_2| > |r_1|$, está colocado um poço observador P_2 . Escrevendo-se o princípio de Duhamel em função de r_1 e r_2 , chega-se nas equações

$$\Delta p_1(r_1, t) = \int_0^t q_{sf}(\tau) g_1(r_1, t - \tau) d\tau, \quad (3)$$

e

$$\Delta p_2(r_2, t) = \int_0^t q_{sf}(\tau) g_2(r_2, t - \tau) d\tau. \quad (4)$$

No passo seguinte, aplica-se a transformada de Laplace em cada uma destas integrais, resultando em

$$\Delta \bar{p}_1(r_1, u) = \bar{q}_{sf}(u) \bar{g}_1(r_1, u), \quad (5)$$

e

$$\Delta \bar{p}_2(r_2, u) = \bar{q}_{sf}(u) \bar{g}_2(r_2, u), \quad (6)$$

onde u simboliza a variável de Laplace. $\bar{g}_j, \Delta \bar{p}_j$ são respectivamente a resposta ao impulso e a queda de pressão no domínio de Laplace.

As equações (5) e (6) possuem termos em comum que podem ser simplificados. Com isso, o termo da vazão desaparece, originando-se então uma nova relação convolucional em termos de respostas de pressão.

A formulação geral da convolução pressão-pressão no domínio de Laplace é dada por:

$$\Delta \bar{p}_2(r_2, u) = \Delta \bar{p}_1(r_1, u) \frac{\bar{g}_2(r_2, u)}{\bar{g}_1(r_1, u)}. \tag{7}$$

Utilizando o operador inverso da transformada de Laplace, \mathcal{L}^{-1} , obtém-se a equação que expressa a convolução pressão-pressão no domínio do tempo, t , que pode ser vista a seguir:

$$\Delta p_2(r_2, t) = \int_0^t \Delta p_1(r_1, t - \tau) G(r_1, r_2, t) d\tau, \tag{8}$$

A função G determina o *kernel* da convolução p-p e é obtida a partir das respostas ao impulso unitário g_1 e g_2 provenientes dos poços P_1 e P_2 , respectivamente. A função G é definida como:

$$G = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\bar{g}_2(r_2, u)}{\bar{g}_1(r_1, u)} \right\}. \tag{9}$$

4 Modelo Matemático

Esta seção apresenta o modelo matemático que descreve o teste entre dois poços em um reservatório radial infinito homogêneo. As premissas adotadas para este modelo são poços verticais totalmente penetrados, fluxo isotérmico e ligeiramente compressível, que ocorre somente na direção radial. Além disso, a pressão inicial (p_i) e os parâmetros do reservatório, tais como permeabilidade (κ), viscosidade (μ), profundidade (h), porosidade (ϕ) e compressibilidade total (c_t), são constantes e uniformes. Os efeitos de estocagem e de dano serão negligenciados.

Posto isso, a seguinte equação diferencial descreve o fluxo em cada poço (veja [12]):

$$\text{EDP: } \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{j,1D}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right) - \frac{\partial p_{j,1D}(r_D, t_D)}{\partial t_D} = 0. \tag{10}$$

A equação (10) é a conhecida equação da difusividade radial adimensional, em que o índice $j \in \{1, 2\}$, indica os poços P_1 e P_2 (figura 2). $p_{j,1}$ descreve a pressão no poço j , devido o estímulo da vazão no poço ativo. As condições iniciais e de contorno para o problema são caracterizadas pelas seguintes equações:

$$\text{Condição inicial (CI): } p_{1,1D}(r_D, t_D = 0) = p_{2,1D}(r_D, t_D = 0) = 0, \tag{11}$$

$$\text{Condição de Contorno Interna (CCI): } \left(r_D \frac{\partial p_{1,1D}(r_D, t_D)}{\partial r_D} \right) \Big|_{r_D=1} = -1, \tag{12}$$

$$\text{Condição de Contorno Externa (CCE): } \lim_{r_{eD} \rightarrow \infty} p_{2,1D}(r_D = r_{eD}, t_D) = 0. \tag{13}$$

Através das equações apresentadas neste capítulo, é possível calcular a resposta de pressão para uma vazão unitária q . Como vista na equação (2), o *kernel* da convolução de Duhamel é dado pelo diferencial da resposta de pressão para uma vazão unitária em relação ao tempo. Sendo assim, com essas informações determinadas pode-se identificar a resposta ao impulso G , o *kernel* da convolução pressão-pressão.

5 Resultados

Esta seção tem por objetivo avaliar os resultados numéricos da função G , o *kernel* da convolução p-p. Os poços P_1 e P_2 apresentados no esquema na figura 2, foram tomados a uma distância adimensional $r_D = 150$. As propriedades que configuram o reservatório estão apresentados na tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros do reservatório.

κ [mD]	μ [cP]	h [m]	ϕ	c_t [$\frac{cm^2}{kgf}$]
250	5.1	20	0.25	1.2×10^{-5}

A figura 3 ilustra a comparação entre os resultados provenientes desse trabalho e aqueles gerados a partir da formulação de Kuchuk et al. [9] para o problema da linha fonte. Nos tempos iniciais existe uma disparidade entre as curvas. Nos tempos finais, o gráfico tem um comportamento assintótico a uma reta de inclinação -1 . Essa tendência indica o início de um período de fluxo radial, o comportamento esperado para esse modelo, como pode ser visto em [9].

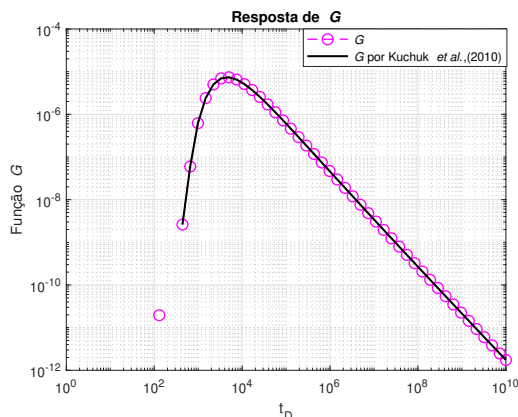


Figura 3: Gráfico log-log comparando o comportamento do *kernel* da convolução p-p para resultados obtidos neste trabalho com aqueles provenientes do trabalho de [9].

6 Considerações Finais

As funções de resposta impulso encontradas mostraram-se bastante efetivas para um problema tradicional da literatura de teste de poços. Tendo em vista a metodologia exibida neste estudo, o nosso objetivo é identificar uma abordagem que descreva a resposta ao impulso para diferentes sistemas, a fim de estender a utilização da convolução pressão-pressão na identificação de parâmetros para diferentes configurações de reservatório, como nos casos em que são heterogêneo e mais ainda para os casos em que o escoamento se difere do monofásico.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e Petrobras como parte do projeto TCBR 485.

Referências

- [1] D. Bourdet, J. A. Ayoub e Y. M. Pirard. “Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation”. Em: **SPE Formation Evaluation** 4.02 (1989), pp. 293–302. DOI: 10.2118/12777-PA.
- [2] D. Bourdet et al. “Interpreting well tests in fractured reservoirs”. Em: **World Oil** 197.5 (out. de 1983).
- [3] R. N. Bracewell. **The Fourier transform and its applications**. McGraw-Hill New York, 1986. Cap. Convolution, pp. 24–49.
- [4] D. G. Duffy. **Green’s functions with applications**. 2nd. Chapman e Hall/CRC, mar. de 2015, pp. 1–685. DOI: 10.1201/b18159.
- [5] P. A. Goode, J. J. Pop e III Murphy W. F. “Multiple-Probe Formation Testing and Vertical Reservoir Continuity”. Em: **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. OnePetro. Out. de 1991. DOI: 10.2118/22738-MS.
- [6] A. C. Gringarten et al. “A Comparison Between Different Skin And Wellbore Storage Type-Curves For Early-Time Transient Analysis”. Em: **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. SPE-8205-MS. OnePetro. Set. de 1979. DOI: 10.2118/8205-MS.
- [7] M. Kamal e P. Hegeman. “New Developments in Multiple-Well Testing”. Em: **SPE Formation Evaluation** 3 (1988), pp. 159–168. DOI: 10.2118/14100-PA.
- [8] F. J. Kuchuk. “Applications of Convolution and Deconvolution to Transient Well Tests”. Em: **SPE Formation Evaluation** 5.04 (dez. de 1990), pp. 375–384. ISSN: 0885-923X. DOI: 10.2118/16394-PA.
- [9] F. J. Kuchuk, M. Onur e F. Hollaender. **Pressure transient formation and well testing: convolution, deconvolution and nonlinear estimation**. Elsevier, 2010.
- [10] A. S. Odeh e L. G. Jones. “Pressure Drawdown Analysis, Variable-Rate Case”. Em: **Journal of Petroleum Technology** 17.08 (1965), pp. 960–964. ISSN: 0149-2136. DOI: 10.2118/1084-PA.
- [11] A. C. Reynolds et al. “Wellbore Pressure Response in Naturally Fractured Reservoirs”. Em: **Journal of Petroleum Technology** 37.05 (mai. de 1985), pp. 908–920. ISSN: 0149-2136. DOI: 10.2118/12012-PA.
- [12] A. J. Rosa, R. de Souza Carvalho e J. A. D. Xavier. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. Interciência, 2006.
- [13] L. G. Thompson e A. C. Reynolds. “Analysis of Variable-Rate Well-Test Pressure Data Using Duhamel’s Principle”. Em: **SPE Formation Evaluation** 1.05 (1986), pp. 453–469. ISSN: 0885-923X. DOI: 10.2118/13080-PA.
- [14] A. F. Van Everdingen e W. Hurst. “The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs”. Em: **Journal of Petroleum Technology** 1.12 (dez. de 1949), pp. 305–324. ISSN: 0149-2136. DOI: 10.2118/949305-G.