Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Solução Aproximada para Pseudo-pressão Dependente da Permeabilidade para Escoamento Monofásico em Reservatório Multicamadas

Jessica L. F. Bittencourt Neto[1], Sinésio Pesco[2], Abelardo Borges Barreto Jr.[3]
PUC-Rio , Rio de Janeiro, RJ

Resumo: O uso das funções pseudo-pressão é um dos métodos utilizados na literatura para linearizar a equação da difusividade. Entretanto, a aplicação deste método não lineariza o problema por completo sendo necessário o uso de técnicas alternativas, como o método da Pertubação. Essa metodologia foi utilizada majoritariamente em trabalhos referentes ao escoamento de gás. Contudo, este trabalho propõe uma abordagem da pseudo-pressão dependente da permeabilidade voltada para um escoamento monofásico de óleo em reservatório multicamadas. A partir da implementação do modelo proposto, diferentes cenários com propriedades de reservatório e curvas de permeabilidade dependente da pressão podem ser testados.

Palavras-chave. Pseudo-pressão Dependente da Permeabilidade, Função de Green, Escoamendo Monofásico, Reservatório Multicamadas

1 Introdução

A equação da difusidade hidráulica é uma equação não linear que rege o fluxo em meios porosos. A não linearidade dessa equação despertou a necessidade de difundir métodos de linearidação. A utilização de uma pseudo-pressão é um método que não lineariza totalmente o problema, sendo necessário o uso de métodos alternativos para resolver a parcela não-linear. Em 2011, [2] apresentou um trabalho contendo a solução para o fluxo de gás utilizando Funções de Green. Posteriormente, em 2013, [1] apresentou uma solução perturbativa para o problema, mostrando que a solução truncada no termo de segunda ordem é uma aproximação precisa e pode ser aplicada para fins de engenharia. Em 2019, [4] apresentou uma solução para o fluxo de gás utilizando Funções de Green e um método pertubativo para reservatórios com duas regiões de permeabilidade. Seguindo esses estudos, em 2022, [3] apresentou a solução para o fluxo de óleo. É possível observar que os estudos referentes ao fluxo de gás foram majoritariamente explorados. Com isso, este trabalho visa propor uma solução aproximada para o fluxo de óleo considerando a pseudo-pressão dependente da permebilidade em reservatórios multicamadas.

2 Formulação Proposta

Partindo das formulações propostas por [2], [1], [4] e [3] foi possível desenvolver uma a solução aproximada para a pseudo-pressão dependente da permeabilidade para um escoamento monofásico de óleo em um reservatório multicamadas. A formulação para um reservatório multicamada será

[1]jessica.fbn@hotmail.com
[2]sinesio@puc-rio.br
[3]abelardo.puc@gmail.com

 © 2023 SBMAC

apresentada a partir da formulação para o problema referente a um reservatório com duas camadas. Como as formulações citadas anteriormente foram utilizadas para um escoamento de gás foi necessário avaliar e adaptar as hipóteses do problema de acordo com o nosso propósito. Sendo assim, consideraremos um reservatório com duas camadas conforme Fig. 1:

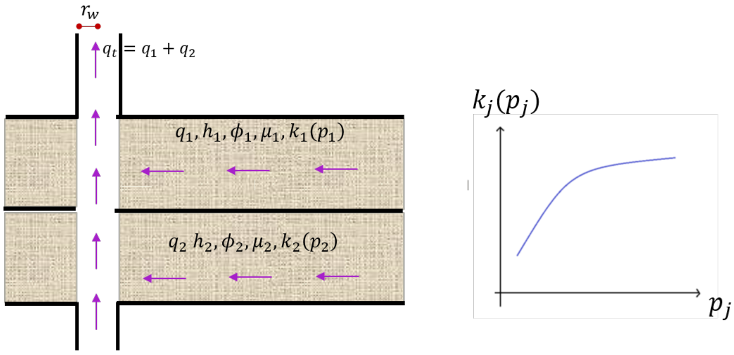


Figura 1: Modelo para Reservatório de Duas Camadas

Além disso, consideraremos as seguintes hipóteses:

- Permeabilidade Inicial (k_i) constante em todas as direções em cada camada;
- Vazão constante (q)
- Fluxo monofásico, isotérmico e radial;
- Fluido com baixa compressibilidade;
- Reservatório infinito e isotrópico por camada;
- Efeitos gravitacionais desprezíveis;
- Efeito de estocagem e dano de formação no poço serão desconsiderados.

Definiremos a função pseudo-pressão dependente da permeabilidade $(m_j(p_j))$ por:

$$m_j(p_j) = \int_{p_B}^{p_j} k_j(x)dx \tag{1}$$

onde p_B é uma pressão de referência.

Sendo assim, a variação da pseudo-pressão $(\Delta m_j(p_j))$ é dada por:

$$\Delta m_j(p_j) = m_j(p_i) - m_j(p_j) = \int_{p_j}^{p_i} k_j(x)dx \tag{2}$$

Considerando as derivadas parciais obtidas a partir da definição de $\Delta m_j(p_j)$ e partindo da Equação da Difusividade em termos da função pseudo-pressão tem-se:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial r}\right) = \frac{\phi c_t \mu}{k_j(p_j)}\left(\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial t}\right) \tag{3}$$

 © 2023 SBMAC

Pelas hipóteses do problema, temos as seguintes condições iniciais e de contorno em termos de $\Delta m_j(p_j)$:

Condição Inicial:

$$\Delta m_j(p_j)(r, t=0) = m_j(p_i) - m_j(p_j) = 0 \tag{4}$$

Condição de Contorno Interno:

$$q_j = -\frac{2\pi h_j}{\mu}\left(r\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial r}\right)_{r=r_w} \tag{5}$$

Condição de Contorno Externo:

$$\lim_{r\to\infty} \Delta m_j(p_j)(r,t) = 0 \tag{6}$$

Com a finalidade de simplificar as equações do problema as variáveis adimensionais serão definidas por:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{7}$$

e

$$t_D = \frac{k_{eq}(p_i)}{\phi\mu c_t r_w^2} t \tag{8}$$

onde $k_{eq}(p_i)$ é a permeabilidade equivalente inicial dada por $k_{eq}(p_i) = \frac{k_1(p_i)h_1 + k_2(p_i)h_2}{h_t}$.

Portanto, ao substituir as variáveis adimensionais na Eq. (3) e após manipulações algébricas a seguinte equação é obtida:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial r_D}\right) = H_{D_j}\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial t_D} \tag{9}$$

Onde o coeficiente de difusividade será definido por $H_{D_j}(p_j) = \frac{k_{eq}(p_i)}{k_j(p)}$.

Portanto, as condições de contorno podem ser reescritas por:

Condição Inicial:

$$\Delta m_j(p_j)(r_D, t_D = 0) = 0 \tag{10}$$

Condição de Contorno Interno:

$$q_j = -\frac{2\pi h_j}{\mu}\left(r_D\frac{\partial \Delta m_j(p_j)}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} \tag{11}$$

Condição de Contorno Externo:

$$\lim_{r\to\infty} \Delta m_j(p_j)(r_D, t_D) = 0 \tag{12}$$

Definiremos a pseudo-pressão adimensional (m_{D_j}) por:

$$m_{D_j}(r_D, t_D) = \frac{2\pi h_t}{q\mu}\Delta m_j(p_J) \tag{13}$$

Sendo assim, em termos de m_{D_j} tem-se na camada j:

DOI: 10.5540/03.2023.010.01.0103 © 2023 SBMAC

Equação Diferencial Parcial:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial m_{D_j}}{\partial r_D}\right) = H_{D_j}\frac{\partial m_{D_j}(p_j)}{\partial t_D} \tag{14}$$

Condição Inicial:

$$m_{D_j}(r_D, t_D = 0) = 0 \tag{15}$$

Condição de Contorno Interno:

$$\left(r_D\frac{\partial m_{D_j}}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = -\frac{q_j h_t}{q h_j} \tag{16}$$

Condição de Contorno Externo:

$$\lim_{r\to\infty} m_{D_j}(r_D, t_D) = 0 \tag{17}$$

Considerando agora a Equação Diferencial do problema com termo fonte (f_{D_j}) temos:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial m_{D_J}}{\partial r_D}\right) - H_{D_J}\frac{\partial m_{D_J}}{\partial t_D} = f_{D_j}(r_D, t_D) \tag{18}$$

O desvio hidráulico (w_{D_j}) será definido por:

$$w_{D_j} = H_{D_j} - 1 \tag{19}$$

Sendo assim:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial m_{D_j}}{\partial r_D}\right) - \frac{\partial m_{D_j}}{\partial t_D} = w_{D_j}\frac{\partial m_{D_j}}{\partial t_D} + f_{D_j}(r_D, t_D) \tag{20}$$

2.1 Função de Green

A solução da Eq. 20 é encontrada a partir da Equação Integro-diferencial de Volterra:

$$m_{D_j}(r_D, t_D) = \int_0^\infty \int_0^{t_D} \left[f_{D_j}(r'_D, t'_D) + w_{D_j}(p_{D_j})\right] G_{D_j}(r_D, r'_D, t_D, t'_D) dt'_D dr'_D \tag{21}$$

Onde a Função de Green (G_{D_j}) é da forma:

$$G_{D_j}(r_D, r'_D, t_D, t'_D) = \frac{1}{4\pi(t_D - t'_D)} exp\left(-\frac{(r_D - r'_D)^2}{4(t_D - t'_D)}\right) I_0\left(\frac{r_D r'_D}{2(t_D - t'_D)}\right) \tag{22}$$

2.2 Método da Perturbação e da Potência

Uma das grandes potencialidades do Método da Perturbação é a sua capacidade de abordar equações diferenciais não lineares através de uma sucessão de equações, geralmente lineares, mais simples de resolver. Nesta metodologia, a equação da difusividade com permeabilidade dependente da pressão (Eq. 20) é perturbada pela introdução da variável ε pela multiplicação do fator responsável pela não linearidade:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial m_{D_j}}{\partial r_D}\right) - \frac{\partial m_{D_j}(p)}{\partial t_D} = \varepsilon w_{D_j}(m_{D_j})\frac{\partial m_{D_j}(p)}{\partial t_D} + f_{D_j}(r_D, t_D) \tag{23}$$

 © 2023 SBMAC

Considerando que a pseudo-pressão pode ser representada por uma Expansão Assintótica de potências de ε tem-se que:

$$m_{D_j} = m_{D_j}^{(0)} + \varepsilon^1 m_{D_j}^{(1)} + \varepsilon^2 m_{D_j}^{(2)} + ... = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k m_{D_j}^{(k)} \tag{24}$$

Substituindo (24) em (23), após rearrumar os termos de acordo com as potências de ε:

$$\begin{gathered}\varepsilon^0 \left[\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_{D_j}^{(0)}}{\partial r_D} \right) - \frac{\partial m_{D_j}^{(0)}}{\partial t_D} - f_{D_j} \right] + ...+ \\ \varepsilon^k \left[\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_{D_j}^{(k)}}{\partial r_D} \right) - \frac{\partial m_{D_j}^{(k)}}{\partial t_D} - w_{D_j}(m_{D_j}^{(k-1)}) \frac{\partial m_{D_j}^{(k-1)})}{\partial t_D} \right] + ... = 0\end{gathered} \tag{25}$$

Sendo assim, o problema pode ser dividido em dois sistema de equações da forma:

Ordem 0:

$$\begin{cases} PDE : \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_{D_j}^{(0)}}{\partial r_D} \right) - \frac{\partial m_{D_j}^{(0)}}{\partial t_D} - f_{D_j} = 0 \\ IC : m_{D_j}^{(0)} = 0 \\ EBC : \lim_{r_D \to \infty} m_{D_j}^{(0)} = 0 \end{cases}$$

Ordem k $\geq$ 1:

$$\begin{cases} PDE : \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial m_{D_j}^{(k)}}{\partial r_D} \right) - \frac{\partial m_{D_j}^{(k)}}{\partial t_D} - w_{D_j}(m_{D_j}^{(k-1)}) \frac{\partial m_{D_j}^{(k-1)})}{\partial t_D} = 0 \\ IC : m_{D_j}^{(k)} = 0; \\ EBC : \lim_{r_D \to \infty} m_{D_j}^{(k)} = 0 \end{cases}$$

Assim como [3], considerando a solução Integro Diferencial podemos encontrar a solução, onde será considerado que o truncamento no termo de ordem um é suficiente:

$$m_{D_j}^{(0)} = \int_0^{\infty} \int_0^{t_D} f_{D_j} G_{D_j} dt'_D dr'_D = q_{D_j} p_{D_j} \tag{26}$$

e

$$m_{D_j}^{(1)} = \int_0^{\infty} \int_0^{t_D} w_{D_j}(p_{D_j}) \frac{\partial p_{D_j}}{\partial t_D} G_{D_j} dt'_D dr'_D \tag{27}$$

Note que para $\varepsilon = 1$ o problema corresponde ao original. Portanto, a solução para m_{D_j} será dada por:

$$m_{D_j} = m_{D_j}^{(0)} + m_{D_j}^{(1)} = f_{D_j} p_{D_j} + m_{D_j}^{(1)} \tag{28}$$

2.3 Solução do Modelo

O objetivo deste trabalho é encontrar uma solução para o comportamento da pseudo-pressão no poço. Para isso, acoplando as soluções por camada é possível obter uma resposta para o comportamento da pseudo-pressão no poço em função das respostas por camada. Sendo assim,

 © 2023 SBMAC

conhecendo a solução da pseudo-pressão de cada camada j (Eq. 28), temos as seguintes condições de acoplamento no poço:

Condição de Acomplamento entre Pseudo-pressões:

$$m_{D_1}(r_D = 1, t_D) = m_{D_2}(r_D = 1, t_D) \tag{29}$$

Condição de Acomplamento entre Vazões:

$$1 = q_{D_1}(r_D = 1, t_D) + q_{D_2}(r_D = 1, t_D) \tag{30}$$

Pelas condições de acoplamento tem-se que no poço as soluções pseudo-pressão das camada são iguais. Denominando a solução da pseudo-pressão no poço por m_{D_w} é possível obter uma média como solução:

$$m_{D_w} = \frac{m_{D_1}(r_D = 1, t_D) + m_{D_2}(r_D = 1, t_D)}{2} \tag{31}$$

Sendo assim, substituindo Eq. (28) na equação anterior:

$$m_{D_w} = \frac{f_{D_1} p_{D_1} + m_{D_1}^{(1)} + f_{D_2} p_{D_2} + m_{D_2}^{(1)}}{2} \tag{32}$$

Para um resultado multicamadas, basta adaptar a solução para a quantidade de camadas em questão.

3 Resultados

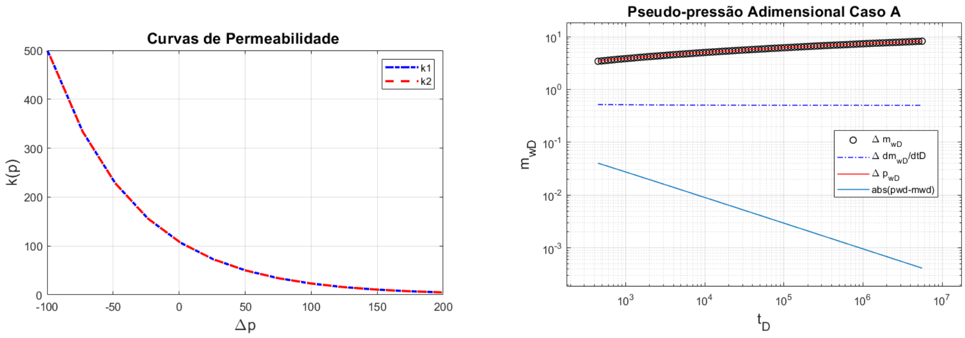
O resultado obtido nesta seção é baseado na implementação de um algoritmo contendo a solução do modelo proposto. A partir de dados iniciais para um reservatório de duas camadas com mesmas propriedades é possível comparar a solução do modelo de duas camadas com a solução da linha fonte para um reservatório equivalente (p_{wD}). A Tabela 1 apresenta as propriedades de fluido e rocha do reservatório em cada camada.

Tabela 1: Propriedades do Reservatório

Caso	r_w (m)	q (m^3/dia)	Camadas	$k(p_i)$ (md)	$k_{eq}(p_i)$ (md)	ϕ	μ (cp)	h_j (m)
A	0.1	500	2	500	500	0.2	1.0	15

A curva de permeabilidade dependente da pressão de cada camada é obtida a partir de $k(p_i)$. Para ajustar os pontos, uma interpolação polinomial foi implementada utilizando uma curva de referência para a permeabilidade dependente da pressão baseada em dados reais (Fig. 2). Além disso, a Fig. 2 mostra o resultado obtido ao implementar a solução do modelo proposto para pseudo-pressão dependente da permeabilidade em comparação com a solução da linha fonte para um reservatório equivalente.

 © 2023 SBMAC



(a) Curvas de Permeabilidade (b) Resultados comparativos em escala loglog

Figura 2: Resultados do Caso A utilizando o modelo proposto

Analisando o gráfico, é possível observar grande similaridade entre as curvas. A diferença nos passos iniciais é maior, porém ainda assim com uma ordem pequena.

4 Considerações Finais

Neste trabalho foi proposta a solução para um modelo de pseudo-pressão dependente da permeabilidade para um reservatório de duas camadas que pode ser extendido para um reservatório multicamadas. Os resultados do modelo apresentaram grande similaridade com a solução da linha fonte, atendendo assim ao propósito dos autores. Além disso, o modelo pode ser testado para diferentes números de camada, propriedades de fluido e rocha e curvas de permeabilidade. .

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e Petrobras como parte do projeto TCBR 485.

Referências

[1] A. M. M. Barreto A. B. Peres e A. P. Pires. “A Variable-Rate Solution to the Nonlinear Diffusivity Gas Equation by Use of Green’s-Function Method”. Em: **SPE J** 18 (2013), pp. 57–68. DOI: doi.org/10.2118/145468-PA.

[2] A. B. Barreto Jr. “Nonlinear Gas Well Test Problems: A Generalized Perturbative Solution Applied to a Vertical Well near a Sealing Fault”. Em: **Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition** (2011). DOI: 10.2118/152358-STU.

[3] F. B. Fernandes. “Perturbative-Integro-Differential Solution for the Nonlinear Hydraulic Diffusivity Equation for Infinite-Acting-Oil Flow in a Permeability-Pressure-Sensitive Reservoir”. Em: **SPE Reservoir Evaluation Engineerin** 25 (2022), pp. 530–567. DOI: 10.2118/208593-PA.

[4] A. da C. L. Neto. “Modelagem Matemática de Teste de Pressão em Reservatórios de Gás com Região de Permeabilidade Reduzida em Torno dos Poços”. Dissertação de mestrado. Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2019.

 © 2023 SBMAC