

O Estudo da Concentração de Poluentes na Atmosfera utilizando Parâmetros Fuzzy e Fronteira Mista

Jennifer Cristina Borges* **Rosana Motta Jafelice**

Faculdade de Matemática, UFU,
 38400-100, Uberlandia, MG

E-mail: jennifer@famat.ufu.br, rmotta@ufu.br,

RESUMO

O objetivo desse trabalho consiste na modelagem matemática de uma fonte de poluição que consideramos sendo uma chaminé de indústria que contamina a atmosfera como uma nuvem de poluição que se espalha por uma cidade hipotética. Inicialmente, este estudo foi realizado apenas com a dispersão sendo um parâmetro fuzzy [3]. Consideramos o problema através de uma equação diferencial parcial evolutiva advectiva-difusiva em um domínio retangular, com condição de fronteira mista (Dirichlet e Neumann) e os parâmetros dispersão e velocidades no eixo x e y são calculados através de um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF) [2]. Na região consideramos uma das fronteiras com condição de Neumann dada por $u_x(x, y) = -ku$ onde $k > 0$, como mostra a Figura 1.

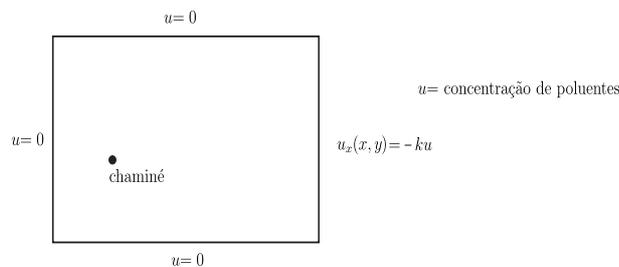


Figura 1: Região retangular com as fronteiras mistas e a localização da chaminé da indústria.

A equação deste fenômeno é representada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha(T, P, U, u) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + v_1(A) \frac{\partial u}{\partial x} + v_2(A) \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma u = f \quad (1)$$

onde $u(x, y, t)$ é a concentração de poluentes no instante t , α representa a dispersão na área, v_1 , e v_2 são as velocidades de transporte em x e y , respectivamente; σ representa o decaimento e o f a fonte de poluentes (neste trabalho, a chaminé). Consideramos que a dispersão e as velocidades são calculadas em função de algumas características da posição da malha através de um SBRF. Vamos utilizar a temperatura (T), a umidade relativa (U), a pressão atmosférica (P) e a concentração de poluição (u) de cada ponto da malha como fatores que influenciam a dispersão α . As velocidades são fatores importantes no estudo da concentração do poluentes, principalmente quando levamos em consideração a força de atrito que é provocada pelo relevo, pela presença de edifícios, pela vegetação e outros fatores. Assim, consideramos que as velocidades dependem da força de atrito (A). Esta informação foi baseada no especialista na área de climatologia [4]. Este estudo com a fronteira de Dirichlet foi realizado em [1]. Os fatores que influenciam a dispersão e as velocidades são representados pelas funções:

$$\begin{aligned} \bullet T(x, y) &= 39e^{\left(\frac{-(x-1)^2 - (y-0.5)^2}{5}\right)}; & \bullet P(x, y) &= e^{\left(\frac{-(x-1)^2 - (y-0.5)^2}{4}\right)}; \\ \bullet U(x, y) &= 0.8e^{\left(\frac{-(x-1)^2 - (y-0.5)^2}{8}\right)}; & \bullet A(x, y) &= e^{\left(\frac{-(x-1)^2 - (y-0.5)^2}{2}\right)}. \end{aligned}$$

*Bolsista de Iniciação Científica SESu/MEC até fevereiro de 2014 e Bolsista de Mestrado CAPES início março de 2014

A dispersão α é calculada utilizando um SBRF onde as variáveis de entrada são funções de pertinência triangulares e os termos linguísticos são: *baixa*, *média* e *alta*; e as funções de pertinência da variável de saída são triangulares e termos linguísticos são: *muito baixa*, *baixa*, *médio 1*, *médio 2*, *alta* e *muito alta*. Um exemplo de regra fuzzy é: se a pressão é *baixa*, a temperatura é *alta*, a umidade é *baixa* e a concentração de poluentes é *média* então a dispersão de poluentes é *muito alta*. As velocidades v_1 e v_2 são calculadas utilizando um SBRF onde as funções de pertinência das variáveis de entrada e de saída são trapezoidais e os termos linguísticos são: *baixa*, *média* e *alta*. Um exemplo de regra fuzzy é: se a força de atrito é *alta* então as velocidades v_1 e v_2 são *baixas*. Na saída dos SBRF, obtemos diferentes valores de α , v_1 e v_2 para cada ponto da malha discretizada da região. Como a equação (1) não é linear, é necessário determinar a dispersão da poluição no presente instante afim de encontrar a solução em cada tempo posterior. Assim, utilizamos o cálculo da extrapolação da concentração da poluição através de $u_{ext} = \frac{3}{4}u_{i+1} - \frac{1}{2}u_i, i = 1, 2, \dots$, obtendo a concentração neste instante e determinamos a dispersão pelo SBRF em cada instante. Assim, a aproximação da solução numérica da equação (1) é obtida utilizando o método das diferenças finitas, o método de Crank-Nicolson e os parâmetros fuzzy α , v_1 e v_2 .

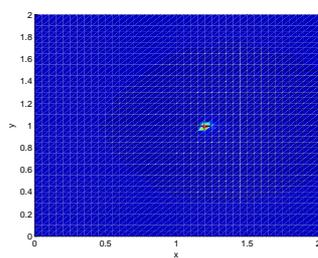


Figura 2: Condição inicial da concent. do poluente.

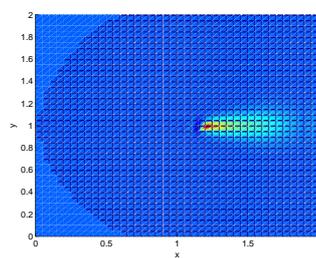


Figura 3: Concent. do poluente após 20 iterações.

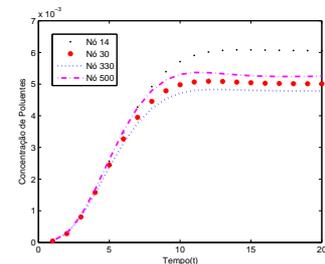


Figura 4: Concent. de poluentes nos nós 14, 130, 330 e 500.

A Figura 2 apresenta o gráfico da condição inicial do poluente. Podemos observar que na Figura 3 houve perda de poluente na fronteira onde temos a condição de Neumann. As simulações foram feitas em quatro nós, com a finalidade de identificar a melhor localização para construir outras indústrias na cidade. Esta identificação é realizada observando-se onde a concentração de poluentes assume o menor valor, Figura 4. Pelas quantidades de poluentes em cada nó desta figura, nota-se que a região mais adequada para a construção de outras indústrias é a próxima do nó 330. Neste trabalho determinamos a melhor localização para um pólo industrial dentre os quatro nós estudados. Esta conclusão só foi possível porque a dispersão e as velocidades foram consideradas como parâmetros fuzzy.

Palavras-chave: *Conjuntos Fuzzy, Fronteira Mista, Equação Diferencial Parcial.*

Referências

- [1] J. C. Borges, R. S. M. Jafelice, Abordagem Fuzzy para a Concentração de Poluição do Ar, *Anais da XII Semana da Matemática-SEMAT*, Uberlândia - MG, 2013.
- [2] R. M. Jafelice, L. C. Barros e R. C. Bassanezi, “Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações”, *Notas em Matemática Aplicada 17*, SBMAC, 2ª edição, 2012.
- [3] C. C. Oliveira, H. C. Mello, R. S. M. Jafelice e J. F. Meyer, A Model of Dispersion of Pollutants in the Air using Fuzzy Parameters, *International Symposium on Mathematical and Computational Biology*, Rio de Janeiro - RJ., 2010.
- [4] L. A. Oliveira, Estudo de Caracterização Climática e de Direção Predominante dos Ventos da Cidade de Uberlândia/MG, *Relatório do Laboratório de Climatologia e Recursos Hídricos*, Universidade Federal de Uberlândia, 2010.