

Evolução Diferencial e Algoritmo Genético no Controle Ótimo Impulsivo de Pragas

Jônathas D. S. de Oliveira¹, Dênis E. C. Vargas²
 Departamento de Matemática/CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

Resumo. O presente trabalho tem como objetivo estudar o problema de controle ótimo de pragas, considerando que a aplicação do controle é discreta no tempo e a dinâmica de crescimento da praga contínua entre os intervalos de aplicação. Ao invés de considerar o controle contínuo, pode-se considerá-lo discreto no tempo, onde as variáveis de estado sofrem influência instantaneamente. Essa forma de controle é denominada controle impulsivo. O problema foi resolvido via Evolução Diferencial e Algoritmo Genético e uma comparação entre os dois algoritmos é apresentada, mostrando que o Algoritmo Genético obteve melhor média e mediana, enquanto o melhor resultado foi obtido usando a Evolução Diferencial.

Palavras-chave. Controle Ótimo Impulsivo, Evolução Diferencial, Algoritmo Genético.

1 Introdução

O controle de pragas é fundamental na agricultura para evitar prejuízos aos produtores. Existem duas principais técnicas: o controle químico, que utiliza substâncias químicas para matar as pragas, e o controle biológico, que é uma técnica que consiste em utilizar inimigos naturais da praga para controlar sua população. De modo geral, as interações entre as pragas $x(t)$ e seus inimigos naturais $y(t)$ em uma lavoura podem ser representadas por um modelo do tipo presa-predador [2]:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - \frac{a}{K}x^2 - \alpha xy \\ \frac{dy}{dt} &= -by + \beta xy\end{aligned}\tag{1}$$

onde a representa a taxa de crescimento intrínseco da presa x na ausência de predação, K representa a capacidade de suporte do ambiente para a presa x , α representa a intensidade da predação de y sobre x , b representa a taxa de mortalidade intrínseca do predador y na ausência de presas e β representa a intensidade da interação entre as espécies x e y .

Para facilitar a resolução numérica do problema, é comum realizar a adimensionalização do modelo, a fim de reduzir seus parâmetros. Para isso, pode-se definir as seguintes variáveis adimensionais: $t = \frac{1}{a}T$, $x = KX$, $y = \frac{a}{\alpha}Y$ e $u = \frac{a^2}{\alpha}U$. Após essa transformação, obtém-se o modelo adimensional abaixo:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dT} &= X(1 - X - Y) \\ \frac{dY}{dT} &= -\frac{b}{a}Y + \frac{\beta K}{a}XY\end{aligned}\tag{2}$$

¹jonathasoliveira@cefetmg.br

²denis.vargas@cefetmg.br

Uma alternativa ao controle contínuo é o controle impulsivo, onde as variáveis de estado sofrem influência instantânea em momentos discretos no tempo. Nesse tipo de controle, as intervenções são feitas em intervalos discretos de tempo, em contraste com o controle contínuo. Dessa forma, o controle impulsivo é uma técnica que permite uma intervenção mais pontual e direcionada, sendo útil em casos em que o controle contínuo pode ser impraticável ou ineficiente.

Para iniciar a ideia do controle impulsivo, divide-se o intervalo de otimização $[0, t_f]$, em N estágios isométricos separados pelo conjunto de pontos $\Gamma = \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n\}$ correspondentes aos instantes da inserção de inimigos naturais. Seja $\{u[0], u[1], \dots, u[n - 1]\}$ o controle aplicado em cada instante τ_k e τ_k^+ o instante de tempo imediatamente após a aplicação do controle e conseqüentemente $x(\tau_k^+)$ são funções da ação do controle $u[k]$ e do valor final do subproblema $x[\tau_k]$. As condições iniciais $x(0) = x_0$ e $y(0) = y_0$ são dadas. Assim, o sistema dinâmico a ser resolvido em cada estágio é dado por

$$\begin{cases} x'(t) = f_1(t, x) \\ x(\tau_k^+) = x(\tau_k) + f_2(u[k]) \\ t \in [\tau_k^+, \tau_{k+1}] \end{cases} \quad (3)$$

com $x : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f_1 : [a, b] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $f_2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Note que o PVI da Equação 3 é resolvido após a ação impulsiva do controle e a dinâmica do sistema é dada através do sistema de equações diferenciais $x'(t) = f_1(t, x)$, com condição inicial dada pela equação $x(\tau_k^+) = x(\tau_k) + f_2(u[k])$. Portanto, para cada estado inicial, tem-se N subproblemas de valor inicial a serem resolvidos.

É importante observar também que τ_k e τ_k^+ são os mesmos instantes e, neste caso, o que difere são os valores de $x(\tau_k)$ e $x(\tau_k^+)$. Enquanto o primeiro corresponde à condição final do sistema, quando é parado para a inserção do controle, $x(\tau_k^+)$ é a atualização da nova condição inicial após a aplicação do controle $u[k]$ no estágio k . Deseja-se que, durante toda a dinâmica, a densidade populacional da praga fique o mais próximo possível (ou menor) que o limiar que não causa danos à lavoura. Neste caso, estipulou-se 20 lagartas grandes por m^2 , que equivale a 0.125 no modelo adimensionalizado (usando $K = 160$). Dessa forma, podemos formular o problema de controle ótimo impulsivo como:

$$\min_{U[0], \dots, U[k-1]} J(u) = c_1 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} (X(T) - X_d)^2 dt + c_2 \sum_{k=0}^{N-1} U[k]^2 + c_3 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} X(T) dt \quad (4)$$

s.a

$$\begin{cases} \frac{dX}{dT} = X(1 - X - Y) \\ \frac{dY}{dT} = \frac{1}{a}Y(-b + \beta KX) \\ t \in [\tau_k, \tau_{k+1}] \\ X(\tau_k^+) = X(\tau_k) \leq X_{max} \\ Y(\tau_k^+) = Y(\tau_k) + U[k] \\ k = 0, 1, \dots, N - 1 \\ X(0) = X_0 \\ Y(0) = Y_0 \\ 0 \leq U[k] \leq U_{max} \end{cases}$$

Cardoso [3] realizou a análise de uma versão desse problema utilizando Algoritmo Genético (AG) [4], com o objetivo de eliminar completamente as pragas e considerando a restrição $X_{TF} \leq 20$, em vez de manter a população de pragas próxima ao nível ideal durante todo o processo, como

recomendado pela EMBRAPA [1]. Já em Oliveira [5], também foi utilizado o AG, porém, não foi realizado nenhum estudo estatístico sobre seu desempenho no problema abordado, uma vez que a intenção do autor foi apenas encontrar uma solução satisfatória.

Neste trabalho, além de incluir a restrição mencionada anteriormente no problema, optou-se pelo uso do algoritmo de Evolução Diferencial (ED) [6], que tem apresentado melhores resultados na literatura quando comparado ao AG em diversos problemas de otimização. Além disso, diferentemente do estudo anterior [5], neste trabalho foi realizada uma análise estatística comparativa do desempenho desses dois algoritmos na resolução do problema apresentado na Equação 4.

2 Algoritmos Evolutivos

Os Algoritmos Evolutivos (AEs) são técnicas de busca altamente eficazes inspiradas na Teoria da Evolução, que têm a capacidade de encontrar soluções aproximadas para problemas de otimização sem depender de informações e características específicas sobre as restrições e funções objetivos envolvidas, como derivadas, gradientes e continuidade. Além de serem relativamente simples de implementar, esses algoritmos têm a capacidade de escapar de mínimos locais. Como já mencionado anteriormente nesse trabalho, o problema apresentado na Equação 4 foi resolvido através de dois AEs bem conhecidos da literatura: AG e ED.

O AG utiliza o conceito de seleção natural para aprimorar soluções. Ele começa com uma população inicial que é submetida a cruzamento e mutação para produzir sua nova geração. A seleção das soluções é realizada com base em suas aptidões, ou seja, valores da função objetivo. Já a ED é um algoritmo conhecido por sua simplicidade, uso de poucos parâmetros de controle e rápida convergência. Ela seleciona soluções candidatas aleatoriamente da população para aplicar mutação e recombinação de variáveis de um modo semelhante ao do AG. Sua principal diferença está na criação de um vetor experimental ao invés da geração de filhos. Os Algoritmos 1 e 2 mostram o AG e a ED que foram aplicados nesse trabalho.

3 Resultados

O problema da Equação 4 foi resolvido pelos algoritmos AG (Alg. 1) e ED (Alg. 2) em 30 execuções independentes. Os parâmetros adotados para todos os algoritmos foram $n = 500$ e $t_{max} = 300$.

A tabela 1 mostra os parâmetros utilizados no nosso problema e os valores a, b, β e K foram retirados de [7].

Tabela 1: Parâmetros utilizados nas simulações

a	b	β	K	c_1	c_2	c_3	X_0	X_d	Y_0	U_{max}
0.16	0.19	0.0029	160	600	1	50	0.125	0.125	0.625	3.75

A Tabela 2 mostra uma comparação entre as médias e os desvios padrão das funções objetivos considerando as 30 execuções de cada algoritmo, enquanto a Figura 1 exhibe seus *boxplots*.

Tabela 2: Média e Desvio Padrão das funções objetivos considerando as 30 execuções de cada algoritmo.

	Média	Desvio Padrão
AG	98.6691	7.1930
ED	99.7813	9.0232

Algoritmo 1 AG

- 1: Cria-se aleatoriamente um conjunto P_0 (população inicial) de n soluções candidatas, cada uma delas definida em \mathbb{R}^m .
 - 2: $t \leftarrow 0$ contador de gerações.
 - 3: **enquanto** $t \leq t_{max}$ **faça**
 - 4: **para** $i = 1 : n$ **faça**
 - 5: Sorteia-se duas soluções da população e as classifica de acordo com a função objetivo, chamando-as de *Melhor* e *Pior*.
 - 6: **para** $j = 1 : m$ **faça**
 - 7: Sorteia-se dois números $rand_1$ e $rand_2$ entre 0 e 1 e um número $rand_3$ um escalar aleatório extraído da distribuição normal padrão
 - 8: **se** $rand_1 \leq 0.5$ **então**
 - 9: $Filho(j) \leftarrow Melhor(j)$
 - 10: **senão**
 - 11: $Filho(j) \leftarrow Pior(j)$
 - 12: **fim se**
 - 13: **se** $rand_2 \leq 0.2$ **então**
 - 14: $Filho(j) \leftarrow Filho(j) + rand_3$
 - 15: **fim se**
 - 16: **se** $Filho(j) < 0$ **então**
 - 17: $Filho(j) \leftarrow 0$
 - 18: **fim se**
 - 19: **se** $Filho(j) > \text{Valor Máximo de Controle}$ **então**
 - 20: $Filho(j) \leftarrow \text{Valor Máximo de Controle}$
 - 21: **fim se**
 - 22: **fim para**
 - 23: $Q \leftarrow Q \cup \{Filho\}$
 - 24: **fim para**
 - 25: $P_{t+1} \leftarrow$ as soluções factíveis com melhores valores das funções objetivos de $P_t \cup Q$ até o limite de n soluções.
 - 26: **enquanto** P_{t+1} tiver menos de n soluções **faça**
 - 27: Insira a solução infactível de $P_t \cup Q$ com menor soma dos valores absolutos das violações das restrições.
 - 28: **fim enquanto**
 - 29: **fim enquanto**
 - 30: A solução factível de $P_{t_{max}}$ com menor função objetivo é a solução do problema.
-

Algoritmo 2 ED

- 1: Cria-se aleatoriamente um conjunto P_0 (população inicial) de n soluções candidatas, cada uma delas definida em \mathbb{R}^m : $P_0 = \{x_1, \dots, x_n\}$.
 - 2: $t \leftarrow 0$ contador de gerações.
 - 3: **enquanto** $t \leq t_{max}$ **faça**
 - 4: **para** $i = 1 : n$ **faça**
 - 5: **se** $t < t_{max}/2$ **então**
 - 6: $x_a \leftarrow x_i$
 - 7: $CR \leftarrow 0.9$
 - 8: **senão**
 - 9: $x_a \leftarrow x_b$, onde x_b é a melhor solução factível obtida até o momento.
 - 10: $CR \leftarrow 0.1$
 - 11: **fim se**
 - 12: $v \leftarrow x_a + 0.5(x_{r1} - x_{r2})$, onde x_{r1} e x_{r2} são duas soluções da população sorteadas aleatoriamente.
 - 13: **para** $j = 1 : m$ **faça**
 - 14: **se** $rand_1 \leq CR$ **então**
 - 15: $u(j) \leftarrow v(j)$
 - 16: **senão**
 - 17: $u(j) \leftarrow x_i(j)$
 - 18: **fim se**
 - 19: **se** $u(j) < 0$ **então**
 - 20: $u(j) \leftarrow 0$
 - 21: **fim se**
 - 22: **se** $u(j) > \text{Valor Máximo de Controle}$ **então**
 - 23: $u(j) \leftarrow \text{Valor Máximo de Controle}$
 - 24: **fim se**
 - 25: **fim para**
 - 26: $Q \leftarrow Q \cup \{u\}$
 - 27: **fim para**
 - 28: $P_{t+1} \leftarrow$ as soluções factíveis com melhores valores das funções objetivos de $P_t \cup Q$ até o limite de n soluções.
 - 29: **enquanto** P_{t+1} tiver menos de n soluções **faça**
 - 30: Insira a solução infactível de $P_t \cup Q$ com menor soma dos valores absolutos das violações das restrições.
 - 31: **fim enquanto**
 - 32: **fim enquanto**
 - 33: A solução factível de $P_{t_{max}}$ com menor função objetivo é a solução do problema.
-

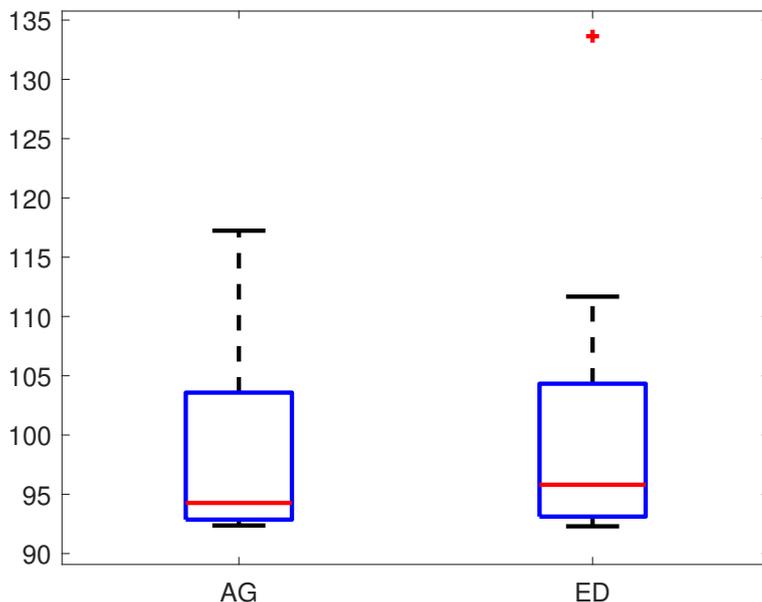


Figura 1: Boxplot dos valores obtidos para as funções objetivos nas 30 execuções de cada algoritmo, cujos valores das medianas são 94.2733 (AG) e 95.8048 (ED).

O melhor resultado obtido em todas as 30 execuções de cada algoritmo é apresentado na Tabela 3. Além disso, uma comparação entre os valores da função objetivo do melhor resultado de cada algoritmo é apresentada na Tabela 4, bem como o resultado exibido em [5]. A Figura 2 mostra o gráfico das populações presa/predador da melhor solução obtida por cada algoritmo.

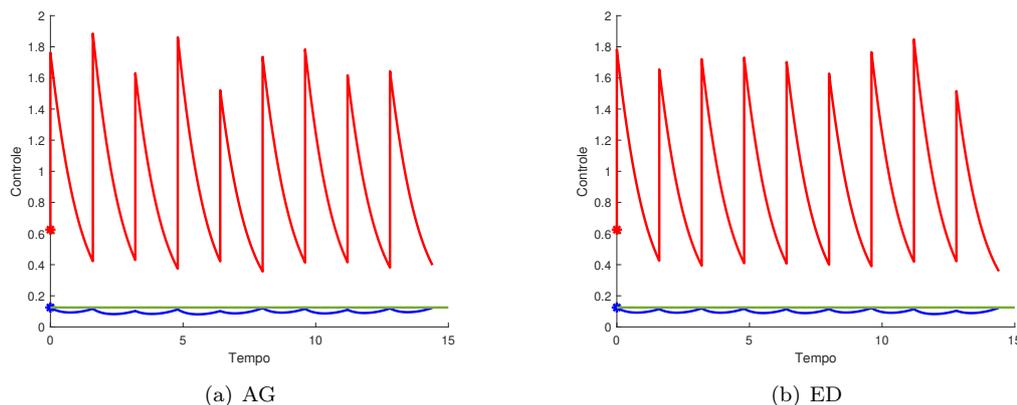


Figura 2: A curva em vermelho representa a densidade populacional de predadores, a azul, da praga e a verde é o gráfico da reta Controle = 0.125, valor adotado para X_{max} , onde (a) apresenta o melhor resultado obtido por AG e (b) o melhor resultado obtido por ED.

Tabela 3: Melhor solução U^* obtida por cada algoritmo.

AG	1.1365	1.4623	1.2000	1.4874	1.0993	1.3794	1.3699	1.2017	1.2612
ED	1.1564	1.2292	1.3269	1.3212	1.2944	1.2280	1.3760	1.4289	1.0937

Tabela 4: Valor ótimo do funcional das soluções U^* exibidas na Tabela 3, além do resultado em [5].

	$\sum U_k^*$	$J(U^*)$
AG	11.5976	92.3680
ED	11.4546	92.2999
[5]	11.6648	104.9664

4 Considerações Finais

Neste trabalho, o problema de controle impulsivo de pragas foi abordado por meio da Evolução Diferencial e do Algoritmo Genético. Uma análise estatística comparativa do desempenho desses dois algoritmos foi realizada, demonstrando que, em média e mediana, o Algoritmo Genético apresentou melhores resultados, apesar do melhor desempenho ter sido obtido com a Evolução Diferencial. Além disso, diferentemente do que é encontrado na literatura em relação a esse problema, foi incluída a restrição do limite máximo de pragas a serem controladas sem causar danos à lavoura. Ademais, a Evolução Diferencial foi empregada juntamente com o Algoritmo Genético.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CEFET-MG e a FAPEMIG (APQ-00408-21) pelo apoio.

Referências

- [1] Crébio José Ávila e José Fernando Jurca Grigolli. “Pragas de soja e seu controle.” Em: (2014).
- [2] Rodney Carlos Bassanezi e Wilson Castro Ferreira Junior. **Equações Diferenciais: com aplicações**. Harbra, 1988.
- [3] Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso. “Ferramentas para programação dinâmica em malha aberta”. Em: (2008).
- [4] J. Holland. “Adaptation in natural and artificial systems”. Em: **Ann Arbor** (1975).
- [5] J. D. S. de Oliveira. “Sobre Cálculo Variacional e Controle Ótimo Fuzzy com Aplicações”. Tese de doutorado. Unicamp, 2018.
- [6] R. Storn e K. Price. “Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”. Em: **Journal of global optimization** 11.4 (1997), p. 341.
- [7] A. M. Tuset e Marat Rafikov. “Controle Ótimo de pragas: modelos linearizados, funcional quadrático”. Em: **Trends in Computational and Applied Mathematics** 5.1 (2004), pp. 145–154.