

Proposta de atividade para estudar curvas que aproximam o número de contagiados pelo SARS-CoV-2 em Rio Grande - RS

Fabiana Travessini De Cezaro,¹ Daiane Freitas,²
Maria Emilia Valente³

IMEF FURG, Rio Grande, RS

Resumo. Neste trabalho, propomos uma atividade com algumas curvas simples, gráficos da função exponencial e logística, que podem descrever ou melhor aproximar o número de contagiados pelo vírus SARS-CoV-2 na cidade de Rio Grande, estado do Rio Grande do Sul. Apresentaremos o relato de aplicação desta atividade numa turma do primeiro período de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave. Pandemia, Coronavírus, Crescimento Exponencial, Crescimento Logístico.

1 Introdução

No ano de 2020 o mundo começou a enfrentar uma pandemia disseminada por um vírus da família SARS, sigla inglesa de "síndrome respiratória aguda grave", o SARS-CoV-2 que foi chamado de coronavírus. Este vírus é causador da doença conhecida como Covid-19 e se propagou pelo planeta com alta velocidade de contágio, afetando drasticamente a vida das pessoas. Foi primeiramente identificado na província de Wuhan na China em dezembro de 2019. Transmitido de pessoa a pessoa, se espalhou pelo mundo rapidamente [9]. No Brasil, o primeiro caso registrado de contagiado pelo coronavírus foi em 26 de fevereiro de 2020 na cidade de São Paulo, confirmado pelo Ministério da Saúde, [4]. Já no Rio Grande do Sul, o primeiro caso confirmado pela Secretaria de Saúde do Estado, por meio do Centro de Vigilância em Saúde, foi datado em 10 de março de 2020, [8]. Na cidade de Rio Grande, estado do Rio Grande do Sul, segundo informações obtidas pelo site da prefeitura, o primeiro caso de contaminação ocorreu em 23 de março de 2020, [7].

Desde o início da pandemia, em várias mídias ouvimos uma enxurrada de explicações e informações sobre a rápida propagação deste vírus. Muitas destas explicações foram associadas a alguns conceitos matemáticos para responder perguntas sobre o aspecto geral da pandemia. Por exemplo, se conseguimos encontrar padrões segundo os quais o contágio acontecerá. No Blog do IMPA, o autor R. Takahashi diz que *Entender os padrões segundo os quais os acontecimentos se organizam, recorrer a esse entendimento para imaginar o futuro e para planejar ações que permitam escolher futuros melhores, são parte daquilo que caracteriza a espécie humana, [9].*

Nesta identificação de padrões, a expressão "crescimento exponencial" ganhou força e foi associada ao contágio ter acontecido de forma muito rápida no mundo, pelo menos no início. Isto se deu porque o número de novos contagiados, aproximadamente, foi proporcional ao número de contagiados do dia anterior com a constante de proporcionalidade maior que um.

¹fab.travessini@gmail.com

²daianefreitas.furg@gmail.com

³MILLAVALLEMIL@gmail.com

Em termos matemáticos, para o crescimento exponencial temos uma sequência de números em que cada número é igual ao anterior multiplicado por uma constante maior que um, mas muitas pessoas tem dificuldades de entender estas implicações na propagação de muitas doenças [1, 2].

Neste trabalho, apresentamos uma atividade para ser aplicada no Ensino Médio ou numa turma inicial de Licenciatura em Matemática, que tem por objetivo comparar algumas curvas que melhor descrevem, ou aproximam, o número de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande. Escolhemos para tal, curvas de estrutura e características simples, conhecidas pelos estudantes de Ensino Básico [5, 6]. Pretendemos mostrar que a curva de uma função afim não é uma boa aproximação para o número de contagiados pelo coronavírus. Também, observar que nem todo crescimento rápido é exponencial e que pode existir outra curva que melhor descreve o número de contagiados pelo coronavírus, a curva logística, visto que a população é finita. Também, pretendemos apresentar o relato de aplicação desta atividade, que devido as circunstâncias da pandemia, foi aplicada numa turma de primeiro ano, no formato online, de Licenciatura em Matemática.

2 Proposta de atividade e enquadramento dentro da BNCC

Esta atividade foi pensada para ser aplicada no Ensino Médio ou numa turma de primeiro ano de Licenciatura em Matemática, presencial ou online.

Com foco no número de contagiados pela COVID-19, na cidade de Rio Grande, no Rio Grande do Sul, com aproximadamente 210.000 habitantes, a atividade inclui sete etapas, nas quais pretendemos levar os alunos à:

- Verificar qual curva entre afim, exponencial e logística, fornece a melhor aproximação do número de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande;
- Interpretar as características dos gráficos das funções afim, exponencial e logística;
- Discutir qual delas fornece uma melhor aproximação para o número de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande num determinado tempo;
- Estudar taxas de crescimento e decrescimento.

Os itens elencados acima se enquadram dentro da BNCC [3], cuja competência geral do Ensino Básico que melhor expressa é:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas, página 09 de [3].

Ainda, de acordo com a BNCC, [3], algumas habilidades específicas, as quais nos interessam, são:

- (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números, página 533.
- (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros, página 536.
- (EM13MAT403) Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem,

crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas, página 539.

- (EM13MAT508) Identificar e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas, página 541.

2.1 Plano de atividade

Público Alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio ou turma inicial de Licenciatura em Matemática, onde são estudadas as funções afins, exponenciais e logarítmicas.

Pré-requisitos: O domínio, a imagem e os gráficos das funções afim e exponencial são os pré-requisitos desta atividade.

Duração Prevista: Aproximadamente noventa minutos, o que equivale a dois períodos consecutivos de aula.

Recursos Necessários: Papel, lápis, borracha, régua, calculadora, quadro e giz.

Organização da Turma: A atividade será realizada individualmente.

Atividade Proposta: Seguem os passos da atividade proposta que o professor deve pensar antes da execução.

Etapa 1: Consiste em apresentar a situação problema de forma contextualizada, realizando uma apresentação sobre os fatos históricos a respeito do número de contagiados pelo coronavírus e que a atividade será aplicada a estudar o número de contagiados na cidade de Rio Grande, que possui aproximadamente 210.000 habitantes.

Etapa 2: Depois da contextualização do problema, vem a interpretação dos dados coletados. Nesta etapa será entregue aos alunos uma tabela com dois valores reais de contágio na cidade e suas respectivas quinzenas (somente as duas primeiras linhas), da Tabela 1.

Tabela 1: Número real de contagiados pelo coronavírus em Rio Grande - RS.

Quinzena	Tempo	Número de contagiados
30/04	0	5
15/05	1	12
30/05	2	33
15/06	3	79
30/06	4	197
15/07	5	557
30/07	6	1464
15/08	7	1940
30/08	8	2468
15/09	9	3127
30/09	10	3934
15/10	11	4341
30/10	12	4661
15/11	13

Neste momento será solicitado aos alunos que cada um faça uma previsão do número de contagiados para cada semana remanescente (cujos dados ainda não foram fornecidos pelo professor) até a última quinzena de outubro, que corresponde ao tempo $t = 12$. É importante o professor

verificar se os alunos estimaram valores inteiros. Caso contrário, explicará para turma que esses valores representam pessoas contagiadas e devem assumir apenas valores inteiros positivos.

Etapa 3: Consiste na construção do esboço do gráfico a partir dos dados de número de infectados previstos pelos alunos na Etapa 2, onde o eixo X representa o tempo (será contado a cada quinze dias) e o eixo Y representa o número de contaminados.

Observando os esboços individualmente, o professor fará a pergunta: *Qual a função que melhor representa o número de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande?* O professor pedirá aos alunos que interpretem os números em palavras, explicando o motivo da escolha de tal função. Em seguida, o professor solicitará que alguns alunos, dará preferência aos que tenham gráficos diferentes, façam o esboço de seus gráficos no quadro. Poderão haver respostas de alunos que entendam que a melhor função para aproximar o crescimento do número de contagiados é a função linear e outros que entendam que a melhor função é a exponencial. Poderá haver falta de consenso entre os estudantes, isto é esperado e será discutido no momento da visualização dos gráficos no quadro.

Etapa 4: Será fornecido aos alunos mais um valor real, correspondente ao tempo $t = 2$ (terceira linha da Tabela 1). Os alunos devem verificar qual gráfico que melhor representa o crescimento do contágio, sabendo que o número de contágios até a data $t = 2$ é $y(2) = 33$.

Com estes pontos, é esperado que os alunos visualizem o gráfico e concluam que e a função que melhor aproxima o número de contagiados é a exponencial, onde a taxa de crescimento não é constante.

Após a conclusão da turma, o professor pode conduzir a obtenção da taxa de crescimento exponencial, usando uma progressão geométrica, onde a razão é dada pelo quociente do termo seguinte pelo anterior. Na sequência (5, 12,) a razão será $r = \frac{12}{5} = 2,4$. Com isso a função que representará o número de contagiados é dada por

$$y(t) = 5 \cdot (2,4)^t \tag{1}$$

em que t é um número inteiro positivo e representa o tempo dado em quinzenas e $y(t)$ representa o número de contagiados.

Com a equação (1), será solicitado aos alunos que determinem o número de contagiados em $t = 5$ e, que comparem com a previsão feita por eles em $t=12$. Caso julgue necessário, o professor poderá solicitar aos alunos o número de contagiados em outro tempo e, novamente, comparar com a previsão feita inicialmente. Neste momento, o professor poderá questionar a turma se eles irão manter ou trocar suas previsões.

Etapa 5: A partir deste momento, com o auxílio de uma calculadora, o professor poderá solicitar aos alunos que completem a tabela até a primeira quinzena de novembro, ou seja, até $t = 13$, usando a função exponencial dada em (1), veja a Tabela 2. Com isso os alunos perceberão se sua estimativa estava de acordo ou não.

Nesta fase da **Etapa 5** poderão surgir alguns questionamentos, visto que a população de Rio Grande é de 210.000 habitantes e que, na primeira quinzena de novembro, teríamos aproximadamente o dobro da população contagiada. Então, o professor poderá mostrar que a função exponencial é a que mais se aproxima do número de contagiados até determinado tempo, levando os estudantes a concluírem que o crescimento exponencial se dá apenas no início, mas que depois não fornece uma boa aproximação.

Etapa 6: Nesta etapa é o momento do professor apresentar uma outra função que melhor possa representar o número de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande, a função logística discreta, definida por

$$P_{t+1} = P_t \left(1 + r \left(1 - \frac{P_t}{K} \right) \right) \tag{2}$$

Tabela 2: Número de contagiados calculados através da exponencial discreta (1).

Quinzena	Tempo	Número de contagiados
30/04	0	5
15/05	1	12
30/05	2	29
15/06	3	69
30/06	4	166
15/07	5	398
30/07	6	956
15/08	7	2.293
30/08	8	5.504
15/09	9	13.209
30/09	10	31.702
15/10	11	76.084
30/10	12	180.602
15/11	13	438.244

O professor solicitará aos alunos o cálculo do número aproximado de contagiados através da função logística discreta dada em (2), veja a Tabela 3. Esta curva logística discreta possui um gráfico em formato de "S" comum chamada de sigmóide. Neste momento, o professor poderá comparar a curva logística com a exponencial, mostrando que a curva logística tem um crescimento de forma exponencial até um certo tempo, depois a curva continuará, mas com taxa de contágio reduzida e se estabilizará. É aconselhável que o professor explique como obter um valor aproximado para a taxa de crescimento r e que K representa a capacidade total do meio, que para este caso, $K = 210.000$, número aproximado de habitantes da cidade de Rio Grande.

Etapa 7: Esta última etapa consiste em apresentar a tabela que contém o número real de contagiados pelo coronavírus na cidade de Rio Grande, veja a Tabela 1.

Na sequência, o professor solicitará aos alunos que comparem os valores da Tabela 1 com os valores das Tabelas 2 e 3 da função exponencial e logística discretas, respectivamente. Os alunos deverão concluir, entre estas curvas, qual é a melhor que aproxima o número de contagiados.

3 Relato de aplicação da atividade

A proposta de atividade foi pensada para o professor de matemática aplicar em sala de aula presencial ou online. Devido a excepcionalidade do período em que a atividade foi aplicada ser de pandemia e não ter aulas presenciais nas escolas de Ensino Básico e Universidades, a atividade acima descrita foi realizada somente no formato online no dia 19 de novembro de 2020. Escolhemos uma turma de alunos da primeira fase da graduação em Licenciatura em Matemática da FURG, de 5 alunos, da disciplina de código 01469 - Números e Funções. Não conseguimos aplicar no Ensino Médio, pois não encontramos uma turma online no Ensino Médio que estivesse com aulas síncronas.

Para as Etapas 2 e 3, somente um dos alunos marcou os dois pontos dados, $(0, 5)$ e $(1, 12)$. Este mesmo respondeu que a função seria afim ou linear. Outro disse ser uma parábola e outro uma reta. Um dos alunos respondeu que precisava de mais pontos para dizer qual seria a função e outro disse ser uma exponencial.

Tabela 3: Número de contagiados calculados através da logística discreta (2).

Quinzena	Tempo	Número de contagiados
30/04	0	5
15/05	1	12
30/05	2	31
15/06	3	81
30/06	4	210
15/07	5	546
30/07	6	1417
15/08	7	3669
30/08	8	9436
15/09	9	23855
30/09	10	57687
15/10	11	124632
30/10	12	205696
15/11	13	212441

Na Etapa 4, após a marcação do ponto $(2, 33)$ no gráfico, um dos alunos manteve sua resposta anterior, a parábola, argumentando que o ponto não ficou na reta. Dois alunos disseram ser uma função exponencial, pois houve um aumento rápido, de 12 para 33 naquela quinzena. Um aluno não respondeu. Comentando suas respostas, foi questionado: O que você entende por crescimento exponencial? Obtivemos duas respostas, um aluno disse "que era um crescimento incontrolável indefinidamente" e outro disse "que tende ao infinito". Chegou-se a conclusão de que as estimativas previstas por eles não condiziam com uma função exponencial, cujos valores foram calculados na Etapa 5, tão pouco com os valores previstos pela função logística apresentada na Etapa 6.

Foram realizadas as comparações previstas na Etapa 7 com a ajuda do gráfico da função exponencial (1) e da função logística e das previsões apresentadas na Tabela 3. Foi observado pelos alunos que a função exponencial e a função logística fornecem aproximações para os dados reais até um certo tempo, como primeira quinzena de junho, $t = 3$, em que na função exponencial estima ter 69 contagiados, enquanto a logística 81 contagiados e o número real de contagiados nesta quinzena é de 79, já na última quinzena de julho, $t = 6$, com a exponencial estimamos 956 contagiados, na função logística 1.417 contagiados enquanto o número real de contagiados nesta quinzena é de 1.464, foi concluído que, até o tempo $t = 6$ a função logística era a que mais se aproximava da realidade. No entanto, como a exponencial tem crescimento ilimitado, o número de infectados ultrapassaria a população total da cidade de Rio Grande muito cedo, e que as previsões obtidas pela função logística cresce até atingir a totalidade da população.

Ao final, foi aberto um momento para novos questionamentos e comentários sobre a atividade. Neste espaço, apenas um aluno fez o comentário: "LEGAL".

4 Conclusões

Embora a atividade tenha sido aplicada para poucos alunos, esta atividade possibilitou aos alunos interpretar as informações relacionadas ao contágio do coronavírus por meio de gráficos. O entendimento destes gráficos auxiliou os alunos a compreenderem as informações divulgadas e realizarem a correlação entre dados tabelados e o gráfico correspondente. Ainda, esta atividade pos-

sibilitou aos alunos o desenvolvimento de habilidades importantes na construção do conhecimento matemático e compreensão da realidade.

Além disso, a aplicabilidade da atividade proposta no cotidiano escolar (inclusive para outros dados reais) poderá exemplificar, de maneira prática e ajudar os professores a complementar o ensino de funções afins, exponenciais e logarítmicas. Estas funções costumam fazer parte do plano de ensino do primeiro ano do ensino médio.

Referências

- [1] E. Allman e J. Rhodes. **Mathematical models in Biology: an introduction**. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [2] Rodney Bassanezi. **Ensino - aprendizagem com Modelagem matemática**. Campinas: Editora Contexto, 2002.
- [3] BNCC. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018, p. 600. URL: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.
- [4] Governo Brasil. **Ministério da Saúde**. 2020. URL: <https://www.saude.gov.br>.
- [5] G. Iezzi e C. Marakami. **Fundamentos de Matemática Elementar, Vol 1. Conjuntos e Funções**. 9a. ed. Atual, 2019. ISBN: 8535716807.
- [6] Elon Lages Lima et al. **A matemática do ensino médio, volume 1**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.
- [7] Prefeitura de Rio Grande. **Secretária Municipal da Saúde**. 2020. URL: <http://www.riogrande.rs.gov.br>.
- [8] Governo RS. **Secretária do Estado do Rio Grande do Sul**. 2020. URL: <https://www.sauders.gov.br>.
- [9] Ricardo Takahashi. **No Blog de O Globo, a história da epidemiologia matemática**. 2020. URL: <https://impa.br/noticias/no-jornal-o-globo-a-historia-da-epidemiologia-matematica/>.