

## Estudo da Cinética de Desinfecção de Águas Poluídas

**Marta H. de Oliveira**      **Felipe T. Barbosa\***

Faculdade de Matemática, FAMAT, UFU,  
38700-126, Campus Patos de Minas, Patos de Minas, MG  
E-mail: marta@famat.ufu.br, fernandesfelipe13@hotmail.com.

### RESUMO

A água é um recurso natural essencial ao planeta e à preservação da vida de seus habitantes. A desinfecção é um tratamento responsável por livrar esse fluido de patógenos e substâncias indesejáveis ao seu consumo. O objetivo desse trabalho é, através de uma equação diferencial ordinária, estudar a cinética da desinfecção de águas poluídas.[1] A lei de Hom, 1972, relaciona a variação da população de bactérias  $N$  em água com determinada concentração de desinfetante  $C$  em relação ao tempo  $t$ . [3] A lei de Hom é descrita na equação 1, onde  $k_1$  é a constante de decaimento do processo,  $m$  e  $n$  são constantes associadas a esse fenômeno e  $N_0$  representa o número de bactérias presentes no instante zero.

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = -k_1 C^n t^{m-1} N \\ N(0) = N_0. \end{cases} \quad (1)$$

A solução particular do problema de valor inicial 1 é dada por  $N(t) = N_0 e^{-k C^n t^m}$ , onde  $k = k_1/m$ . A constante  $k$  e os coeficientes  $n$  e  $m$  são obtidos por regressão linear múltipla e para isto é preciso linearizar a equação solução do problema de valor inicial. [2] A equação linearizada se reescreve da forma  $\ln\left(-\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)\right) = \ln k + n \ln C + m \ln t$ , ou seja,  $Y = \ln(k) + nX_1 + mX_2$ . Os dados utilizados neste trabalho estão apresentados na tabela 1 e referem-se à experimentos de desinfecção de água com cistos da bactéria *Naegleria gruberi*, com *pH* 5, sob a aplicação de cloro residual em diferentes concentrações e o tempo  $t$  é medido em minutos. [3]

Para a regressão linear múltipla considera-se o método dos mínimos quadrados, cuja matriz dos coeficientes  $X$  é composta por 52 linhas e 3 colunas. A matriz  $X$  é constituída, em suas colunas, pelos vetores 1 na primeira,  $\ln C$  na segunda e  $\ln t$  na terceira, referente às constantes  $\ln k$ ,  $n$  e  $m$ , respectivamente. Nesta regressão foram desconsiderados todos os valores da tabela 1 em que seria preciso o cálculo de  $\ln(0)$ , para a determinação do vetor  $Y$ . A equação matricial, da regressão múltipla, que obtém as constantes é dada por:

$$v_{3 \times 1} = (X_{3 \times 52}^t * X_{52 \times 3})^{-1} * X_{3 \times 52}^t * Y_{52 \times 1}.$$

As constantes do modelo de Hom para esses dados são:  $k = 0.0792396$ ,  $n = 1.9828452$  e  $m = 1.9964747$ . A comparação dos resultados analíticos com os resultados experimentais está ilustrada na figura 1. Conclui-se que a lei de Hom conseguiu representar a inativação da bactéria *Naegleria gruberi*.

**Agradecimentos:** Os autores, Marta e Felipe, agradecem a FAPEMIG, a FAMAT e a Profa. Dra. Fabrícia de Matos Oliveira pelo apoio.

**Palavras-chave:** *Lei de Hom, modelo analítico, desinfecção de águas, edo de primeira ordem.*

\* aluno de Iniciação Científica PIVIC/FAPEMIG.

Tabela 1: Desinfecção de água com *Naegleria gruberi*, com pH 5.

Tempo de contato (min)	Cloro residual livre (mg/L)				
	0.45	0.57	0.9	2.12	2.64
	Logaritmo de sobrevivência ( $\ln N/N_0$ )				
0	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0	-0.115	-0.230
1	0	0	-0.115	-0.230	-0.576
1.5	0	0	-0.230	-0.345	-1.612
2	0	0	-0.276	-0.806	-2.763
2.5	0	0	-0.345	-1.612	-2.763
3	-0.115	-0.115	-0.576	-2.878	-5.526
4	-0.230	-0.345	-1.151	-4.605	...
5	-0.345	-0.576	-1.842	...	...
6	-0.576	-0.921	-2.533	...	...
7	-0.691	-1.266	-3.454	...	...
8	-0.921	-1.382	-4.605	...	...
9	-1.266	-2.303	-6.677	...	...
10	-1.612	-2.993	...	...	...
11	-2.072	-3.454	...	...	...
12	-2.533	-3.914	...	...	...
13	-2.993	-4.605	...	...	...
14	-3.569	-5.296	...	...	...
15	-3.814	-5.756	...	...	...
16	-4.720	-6.562	...	...	...

Fonte: Daniel (2001, p. 92).

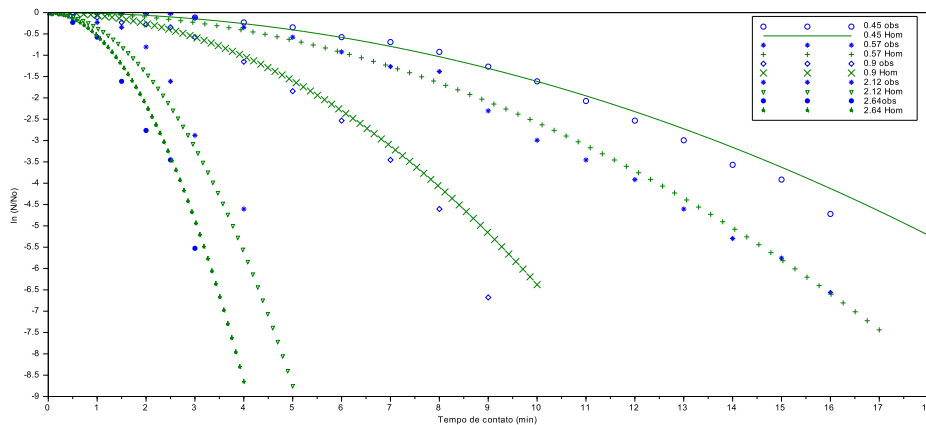


Figura 1: Comparação dos resultados experimentais com o modelo de Hom.

## Referências

- [1] W. E. Boyce e R. C. DiPrima, “Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno”, 9ª ed., Editora LTC, Rio de Janeiro, 2012.
- [2] R. Charnet, H. Bonvino, C. A. L. Freire e E. M. R. Charnet, “Análise de modelos de regressão linear: Com aplicações”, Editora Unicamp, Campinas, 2008.
- [3] L. A. Daniel, “Métodos alternativos de desinfecção da água”, PROSAB, Rima Editora, São Carlos, 2001.