

Análise da interação gás-superfície na força de arrasto em uma esfera em um gás rarefeito: regime de moléculas livres e Mach arbitrário

Victor Sandrini dos Santos¹, Denize Kalempa²

Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo (EEL/USP), Lorena, SP

No presente trabalho, a força de arrasto que atua em uma esfera sólida em repouso imersa em um gás rarefeito com número de Mach arbitrário foi calculada com base na teoria cinética dos gases [1] e no modelo de Cercignani-Lampis [2, 3] para a interação gás-superfície. O número de Knudsen, definido como a razão entre o raio da esfera e o livre caminho médio molecular, foi utilizado como parâmetro para definir o grau de rarefação do gás ao redor da esfera [4, 5]. Os números de Mach (Ma), Knudsen (Kn) e Reynolds (Re) são relacionados por $Re = \sqrt{\gamma\pi/2} Ma / Kn$, onde γ é a razão entre os calores específicos do gás à pressão e volume constantes.

Devido à geometria do problema, coordenadas esféricas foram utilizadas nos espaços físico e de velocidade molecular [6]. A condutividade térmica da esfera foi considerada muito maior que a condutividade térmica do gás e, conseqüentemente, a temperatura da esfera pode ser considerada constante. Além disso, na condição de contorno utilizada, a hipótese de que a temperatura da superfície esférica é igual à temperatura do gás no equilíbrio termodinâmico foi utilizada [7].

O cálculo da força de arrasto que atua na esfera foi realizado com base na equação de Boltzmann, uma equação integro-diferencial cuja solução é uma função de distribuição de velocidades moleculares que permite calcular as grandezas macroscópicas que caracterizam o escoamento do gás, tais como velocidade, temperatura e pressão, usando conceitos estatísticos [8]. Devido à complexidade da equação de Boltzmann, apenas o regime de moléculas livres foi considerado, ou seja, somente situações correspondendo a $Kn \gg 1$. Nesse regime de rarefação do gás, as colisões intermoleculares podem ser desprezadas, uma vez que as colisões gás-superfície são mais frequentes que as colisões intermoleculares. Assim, o termo colisional que aparece na equação de Boltzmann pode ser desconsiderado e a equação resultante possui solução analítica.

O arrasto de uma esfera em um gás rarefeito é um problema clássico da dinâmica de gases rarefeitos. Entretanto, diferentemente da maioria dos trabalhos encontrados na literatura, o presente trabalho não se restringe à hipótese de espalhamento difuso das moléculas gasosas na superfície e à consideração de baixas velocidades de escoamento do gás. Vários valores de número de Mach foram considerados visando abranger os regimes subsônico, transônico e supersônico, e a influência da interação gás-superfície foi analisada variando os coeficientes de acomodação de momentum tangencial e energia que aparecem no modelo de interação gás-superfície utilizado, especificamente o modelo proposto por Cercignani e Lampis [2].

No contexto de interação gás-superfície, o núcleo de espalhamento difuso-especular proposto por Maxwell [9] é muito utilizado devido à sua simplicidade matemática. Nesse núcleo apenas um coeficiente de acomodação, α , é introduzido, o qual indica que a fração α do número de moléculas gasosas incidentes na superfície sofre reflexão difusa e o restante, $1 - \alpha$, sofre reflexão especular. Em contraste, o núcleo de Cercignani-Lampis permite a escolha de dois coeficientes de acomodação, um

¹victorsandrinisantos@usp.br

²kalempa@usp.br

para momentum tangencial e outro para a energia das moléculas na interação gás-superfície, e é considerado mais correto do ponto de vista físico. Portanto, o uso de diferentes pares de coeficientes de acomodação permite verificar a influência da interação gás-superfície na força de arrasto que atua na esfera.

Como resultados do presente trabalho, a força de arrasto é tabelada para vários pares de coeficientes de acomodação de momentum tangencial e energia, assim como para alguns valores de número de Mach. Uma comparação com os dados para os coeficientes aerodinâmicos encontrados na Ref. [7] foi realizada. Além disso, no regime subsônico, correspondendo a situações com número de Mach muito pequeno, a força foi comparada com os resultados encontrados na Ref. [6], obtidos usando um modelo cinético para a equação de Boltzmann linearizada.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo auxílio concedido para a realização da pesquisa (bolsa de iniciação científica, processo FAPESP 22/00669-7).

Referências

- [1] G A Bird. **Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows**. Oxford: Oxford University Press, 1994.
- [2] C Cercignani e M Lampis. “Kinetic model for gas-surface interaction”. Em: **Transp. Theory and Stat. Phys.** 1 (1971), pp. 101–114.
- [3] C Cercignani e M Lampis. “A new model for the boundary conditions of the Boltzmann equation”. Em: **Mechanics Research Communications** 26.4 (1999), pp. 451–456.
- [4] L D Landau e E M Lifshitz. **Fluid Mechanics**. New York: Pergamon, 1989.
- [5] F Sharipov. **Rarefied Gas Dynamics. Fundamentals for Research and Practice**. Berlin: Wiley-VCH, 2016.
- [6] Denize Kalempa e Felix Sharipov. “Drag and thermophoresis on a sphere in a rarefied gas based on the Cercignani–Lampis model of gas–surface interaction”. Em: **Journal of Fluid Mechanics** 900 (2020), A37. DOI: 10.1017/jfm.2020.523.
- [7] Felix Sharipov e Alexey N. Volkov. “Aerothermodynamics of a sphere in a monatomic gas based on ab initio interatomic potentials over a wide range of gas rarefaction: transonic, supersonic and hypersonic flows”. Em: **Journal of Fluid Mechanics** 942 (2022), A17. DOI: 10.1017/jfm.2022.356.
- [8] J H Ferziger e H G Kaper. **Mathematical Theory of Transport Processes in Gases**. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1972.
- [9] J C Maxwell. “On stress in rarefied gases arising from inequalities of temperature”. Em: **Phil Trans. R. Soc. Lond.** 170 (1879), pp. 231–256.