

Proposta de Modelagem Matemática da Evolução de Crescimento da Bactéria *Escherichia Coli*: Estudo de Caso

Deyvidy Michael Cortez da Silva,¹ Matheus da Silva Menezes ², Jean Berg Alves da Silva ³, Ivan Mezzomo ⁴, Stefeson B.M. ⁵

DCME/DCA UFERSA, Mossoró, RN

O estudo da bactéria *Escherichia Coli* é de suma importância devido à sua presença no trato gastrointestinal de animais endotérmicos, incluindo humanos, e sua associação com doenças graves, como diarreia e síndrome hemolítica-urêmica [1]. É crucial prever e analisar o crescimento dessas populações ao longo do tempo. O ciclo de crescimento de uma colônia de *Escherichia Coli* é caracterizado por quatro fases: (a) Lag, com aumento na massa celular e baixa divisão celular; (b) Exponencial, com rápida divisão celular; (c) Estacionária, em que a multiplicação bacteriana diminui gradualmente até cessar; e (d) Declínio, em que a quantidade de bactérias diminui lentamente até o fim da colônia [2]. Modelos matemáticos diferenciais disponíveis na literatura podem ser utilizados para prever o crescimento da *Escherichia Coli* e outros microrganismos. Esses modelos descrevem a dinâmica dos fenômenos por meio da identificação de variáveis que causam mudanças no sistema em estudo, bem como a formulação de hipóteses [3].

O modelo de Thomas Malthus considera que a taxa de crescimento é diretamente proporcional ao número de indivíduos. Esse modelo possui algumas limitações, pois não considera fatores limitantes de crescimento e o fato de que os indivíduos podem ser diferentes e não se comportarem da mesma forma [3]. É dado por:

$$\frac{dP}{dt} = kP \quad (1)$$

Já o modelo logístico (Verhulst) admite que o crescimento de uma determinada população atinge um limite máximo em razão das inibições naturais em seu crescimento. É dado por:

$$\frac{dP}{dt} = r \left(1 - \frac{P}{k}\right) P \quad (2)$$

onde k expressa o nível de saturação da população e r é a taxa intrínseca de crescimento.

O modelo de Gompertz é muito aplicado na área das ciências biológicas, e considera uma taxa de crescimento alta no início do processo e muda rapidamente para um crescimento mais lento. A equação diferencial que define o modelo de Gompertz é:

$$\frac{dP}{dt} = rP \ln \left(\frac{k}{P}\right) \quad (3)$$

A fim de avaliar a adequação dos modelos diferenciais descritos neste estudo a uma situação empírica, conduzimos um experimento controlado no laboratório LIPOA/UFERSA, no qual os resultados foram submetidos ao ajuste dos modelos de crescimento diferencial do fenômeno em estudo. O experimento consistiu nas seguintes etapas: (a) Divisão das vidrarias em grupo experimental e controle; (b) Inoculação da cepa *Escherichia Coli* ATCC 25922 em caldo EC no grupo experimental; (c) Utilização de um banho-maria para aquecer a amostra a uma temperatura de

¹deyvidsst@outlook.com

²matheus@ufersa.edu.br

³jeanberg@ufersa.edu.br

⁴imezzomo@ufersa.edu.br

⁵stefeson@ufersa.edu.br

45°C durante 48 horas; (d) Remoção de uma alíquota do tubo do grupo experimental e transferência do seu conteúdo para um terceiro tubo contendo 10 mL de EC; (e) Utilização de um espectrofotômetro a 600nm para realizar leituras nos tempos: 1h, 2h, 4h, 6h, 8h, 10h, 24h, 26h, 28h, 30h, 32h, 34h e 48h, selecionados com base na disponibilidade de uso do laboratório; (f) Devolução do conteúdo da cubeta ao tubo de ensaio no banho térmico após as medições; (g) Utilização do caldo EC não semeado como branco; (h) Leitura da densidade óptica a 600nm (DO) da E. coli como $0,1DO_{600} = 10^8$ células/mL [4]. Com os dados experimentais, realizamos o ajuste dos modelos matemáticos apresentados e calculamos o coeficiente de correlação (R^2) entre os dados experimentais e os dados obtidos pelo modelo, bem como o erro quadrático médio (MSE).

Tabela 1: Cálculo do R^2 e MSE para os modelos diferenciais

	Malthus	Verhulst	Gompertz
R^2	0.4444	0.9923	0.9531
MSE	0.2386	0.2480	0.2873

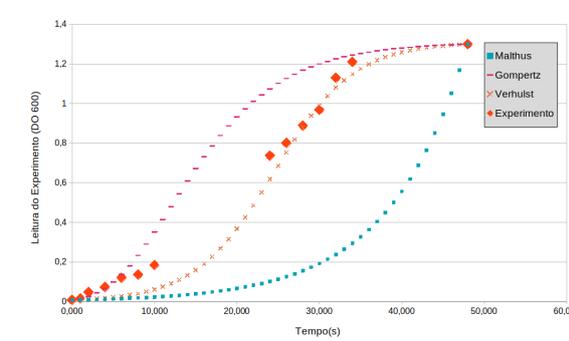


Figura 1: Resultados Obtidos

Ao analisar a Figura 1 e a Tabela 1, podemos observar que o modelo de Verhulst apresenta vantagens em relação ao modelo de Malthus, uma vez que considera que o declínio populacional está associado a um fator de inibição. Por outro lado, o modelo de Gompertz demonstra uma taxa de crescimento inicial elevada e pode não ter fornecido resultados tão satisfatórios devido à sua adequação a um período de tempo mais curto do que o utilizado na metodologia. Com base nos dados experimentais obtidos, o modelo de Verhulst é o que melhor representa o fenômeno, apresentando um ajuste mais preciso para o parâmetro R^2 , enquanto o MSE teve pouca variação entre os modelos.

Referências

- [1] P. Kuhnert, P. Boerlin e J. Frey. **Growth of E. coli in liquid medium. Current Protocols in Molecular Biology.** Microbiology Reviews. FEMS, 2000. DOI: 10.1002/cpmb.81.
- [2] F. Widell. **Theory and Mensurament of Bacterial Growth.** Grundpraktikum Mikrobiologie. Universität Bremen, 2007.
- [3] D. G. ZILL e M. S CULLEN. **Equações Diferenciais.** 3a Ed. São Paulo: Makron Books, 2000.
- [4] Karen L. Elbing e Roger Brent. "Growth of E. coli in Liquid Medium". eng. Em: **Current protocols in molecular biology (Print)** 125.1 (2019), e81–n/a. ISSN: 1934-3639.