

Acoplamento entre MEF e RPIMP com enriquecimento local aplicado a problemas de trinca

Bruno Araújo¹

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais – Propemm, IFES, Vitória, ES
Werley G. Facco²

Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES

Gustavo A. Lima³

Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES

Alex S. Moura⁴

Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

Rodolfo Giacomim Mendes de Andrade⁵

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais – Propemm, IFES, Vitória, ES

Os métodos numéricos possuem grande aplicação em diversas áreas da engenharia, auxiliando com a resolução de problemas, nos quais a solução analítica não é facilmente encontrada. Neste trabalho, a equação diferencial que modela um problema de propagação de trinca, será resolvida numericamente utilizando um acoplamento entre o **Método de Elementos Finitos (MEF)** e o método numérico sem malha conhecido como **Radial Point Interpolation Method with polinomyal (RPIMP)** com realização do enriquecimento local na região da ponta da trinca.

Ao avaliar problemas de tensões em peças mecânicas, pode-se aplicar as equações de equilíbrio [1] para se obter a **Equação Diferencial** que governa o problema de acordo com a Equação (1). Aplicando-se as condições de contorno, obtemos a forma variacional ou forma fraca do problema, Equação (2), para aplicação do método de Galerkin. Pela lei de Hooke, temos que $\sigma = c\nabla u$, em que c está relacionado ao material e u a função deslocamento.

$$\nabla \cdot \vec{\sigma} + \vec{b} = \mathbf{0}. \quad (1)$$

$$\int_{\Omega} c \nabla v \cdot \nabla u \, d\Omega = \int_{d\Omega} v h \, d\Omega, \quad \forall v \in V. \quad (2)$$

Para aplicação e acoplamento do MEF e RPIMP, foram utilizadas funções com propriedades comuns entre os dois métodos, obedecendo a Partição da Unidade, o delta de Kronecker, função de forma que varia entre 0 e 1 e o somatório das funções na célula de integração ser igual a 1. No MEF, o domínio Ω de aplicação do problema é subdividido pela formação de elementos que cobrem Ω [1] enquanto no RPIMP, é discretizado por uma nuvem de elementos [2]. As funções de forma do MEF e RPIMP são construídas de modo independente e são utilizadas para encontrar a função aproximação u_h dos deslocamentos. A aproximação pelo MEF é dada pela Equação (3), onde são usadas funções de forma N_i de primeiro grau e a aproximação do RPIMP é dada pela Equação (4), na qual as funções de forma N_i são definidas a partir de um polinômio $p = \{1, x, y\}$ e $R(x, y)$ pela

¹brunoaraujoprojeto@gmail.com

²werleyfacco@ifes.edu.br

³2001gustavoalves@gmail.com

⁴alexsmoura100@gmail.com

⁵rodolfo.andrade@ifes.edu.br

distância r entre os nós contidos no domínio de suporte da célula de integração, com $R = (r^2 + C^2)^q$, em que C e q são parâmetros a definir. Neste trabalho, as funções de enriquecimento escolhidas são monômios e interações entre eles, $\{\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sin \theta\}$, que estão presentes na solução analítica da ponta da trinca. Assim, o domínio Ω fica dividido em três partes: MEF, RPIMP e RPIMP com enriquecimento (RPIMpe) e as respectivas funções de aproximação são das dadas pelas equações:

$$u_{mef}(x, y) = \Sigma \alpha_i N(x, y); \tag{3}$$

$$u_{rpimp}(x, y) = \Sigma \beta_j R(x, y) + \Sigma \alpha_i N(x, y); \tag{4}$$

$$u(x, y) = u_{mef} + u_{rpimp} + u_e. \tag{5}$$

A Figura (1) apresenta o erro comparativo do MEF tradicional com a solução analítica e o erro da aplicação do acoplamento com enriquecimento local na ponta da trinca via RPIMP com a solução analítica. A peça simulada foi uma placa de dimensões 24x12x1mm com uma trinca de 3mm. As tensões foram aplicadas nas extremidades da placa. É possível observar na Figura (1)a que o enriquecimento local é capaz de gerar melhores resultados mesmo com malhas mais grossas. Além disso, o MEF tradicional apresentou maior dificuldades na aproximação do resultado, comparado com a solução analítica; na Figura (1)b apresentam-se os deslocamentos na ponta da trinca. Observe que mesmo com um adensamento muito grande do MEF (17016 nós), o resultado do RPIMpe (1194 nós) foi superior, pois gerou uma melhor aproximação da solução analítica.

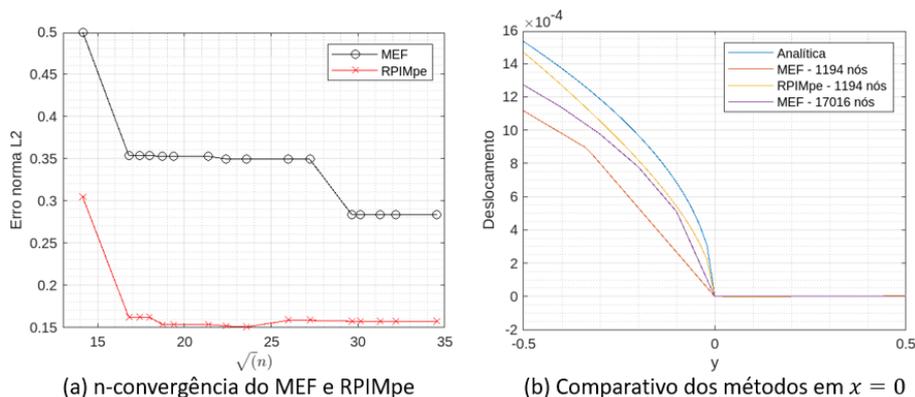


Figura 1: Erro norma L2 e deslocamento na ponta da trinca.

Conclui-se que o enriquecimento local via RPIMP apresenta importantes vantagens sobre o MEF tradicional e destaca-se: melhor aproximação com poucos nós de liberdade, possibilidade de mapear as propagações das trincas com maior facilidade e menor consumo computacional. Nas regiões de ponta de trinca, o RPIMpe mostrou-se superior ao MEF por além de captar bem as tensões e deformações, ser mais fácil de aplicar as funções de enriquecimento local e não depender de malha para as propagações.

Referências

- [1] J. Fish e T. Belytschko. **A first course in finite elements**. 1a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. ISBN: 9781420082098.
- [2] G. R. Liu. **Meshfree Methods: moving beyond the finite element method**. 2a. ed. CRC Press, 2010. ISBN: 9781420082098.