

## Solução de Problema de Deformação Plana com Auxílio de Funções de Enriquecimento

Carlos Roberto A. Barcellos<sup>1</sup>

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais – Propemm, IFES, Vitória, ES  
Gustavo A. Lima<sup>2</sup>

Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES

Werley G. Facco<sup>3</sup>

Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES

Alex S. Moura<sup>4</sup>

Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

Rodolfo G. M. de Andrade<sup>5</sup>

Coordenadoria de Edificações, IFES, Vitória, ES

Neste trabalho, funções de enriquecimentos são utilizadas para melhorar a aproximação do Método de Elementos Finitos (MEF) quando aplicado a problema de deformação plana cujo domínio apresenta um furo passante. Os furos atuam como concentradores de tensão, criando regiões de singularidades que necessitaria de refinamento de malha no MEF tradicional, o que aumenta o custo computacional da abordagem. Assim, apenas as funções de forma do MEF,  $N_i(\mathbf{x})$ , associadas aos nós da malha na fronteira da região do furo serão enriquecidas localmente com algumas funções polinomiais, Figura 1, visando melhorar a aproximação numérica quando comparado com o MEF tradicional.

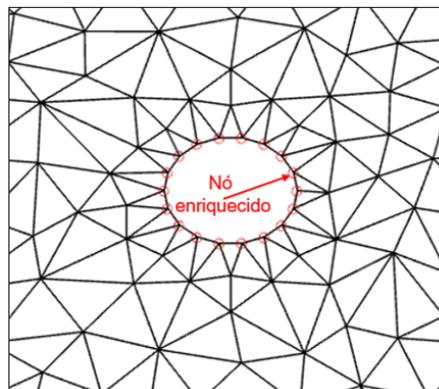


Figura 1: Malha de elementos finitos triangulares com nós escolhidos para o enriquecimento.

As novas funções de base do MEF,  $\phi_{ij}(\mathbf{x})$ , definidas a partir das funções enriquecimento  $L_{ij}(\mathbf{x})$ , são dadas pela Equação 1.

---

<sup>1</sup>barcello@gmail.com

<sup>2</sup>2001gustavoalves@gmail.com

<sup>3</sup>werleyfacco@ifes.edu.br

<sup>4</sup>alexsmoura100@gmail.com

<sup>5</sup>rodolfo.andrade@ifes.edu.br

$$\{\phi_{ij}(x)\}_{j=1}^q = N_i(x)\{L_{ij}(x)\}_{j=1}^q, \tag{1}$$

onde  $i = 1, \dots, n$ ,  $n$  é o número de nós da malha e  $q$  é o número de funções de enriquecimento.

O MEF, com o auxílio das funções de enriquecimento, foi aplicado a um problema em que uma chapa metálica quadrada é tensionada com um furo central circular, [1]. Como função de enriquecimento, optou-se por utilizar as funções  $\{xy, x^2, y^2\}$ .

O modelo foi implementado no software MATLAB R2021b, e a solução foi comparada com a obtida no software ANSYS, com a discretização de 826 nós no domínio. Simulou-se o problema em malhas com elementos distribuídos de forma homogênea. Variou-se o número de nós da malha e as funções de enriquecimento, utilizando na análise o erro relativo definido pela norma  $L_2(\Omega)$ , [2].

A Figura 2 mostra as curvas de erro *MEFG1* e *MEFG2*, correspondentes ao uso de uma ( $\{xy\}$ ) e três ( $\{xy, x^2, y^2\}$ ) funções de enriquecimento, respectivamente, no cálculo dos deslocamentos dos pontos do domínio. Os resultados alcançados com o uso de funções de enriquecimento são melhores que os resultados obtidos com o MEF tradicional, uma vez que, para uma mesma malha de elementos finitos, as propostas enriquecidas apresentaram menor erro na simulação.

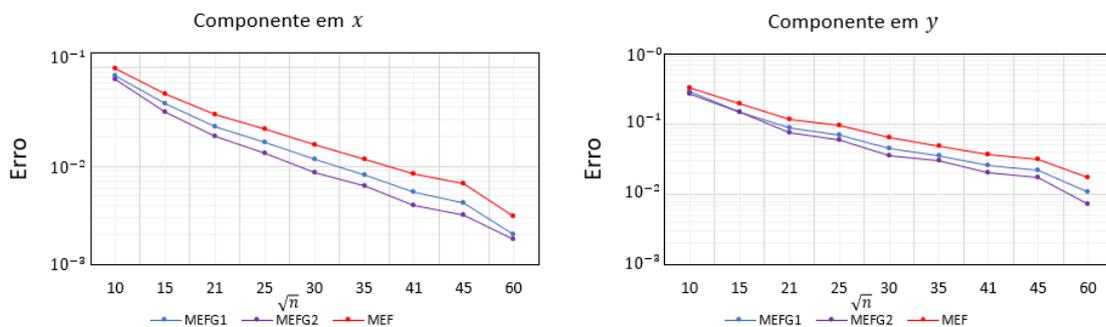


Figura 2: Variação do erro no cálculo dos deslocamentos conforme refinamento de malha e enriquecimento de nós.

Dessa forma, a utilização das funções de enriquecimento na fronteira da região do furo produziu uma melhor aproximação numérica quando comparado com o MEF. Isso pode permitir a utilização de malhas mais grossas para resolver uma classe de problemas, o que promove uma redução no custo computacional do método.

## Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES

## Referências

- [1] T.R. Chandrupatla e A. D. Belengudu. **Elementos Finitos**. 4a. ed. São Paulo: ed. norte-americana e Person Education do Brasil Ltda, 2014. ISBN: 978-85-430-0593-5.
- [2] W. G. Facco. “Tratamento de descontinuidade de material no Método de Elementos Finitos Generalizado”. Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, 2012.