Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023



# Estimativa do Coeficiente de Manning via Otimização Livre de Derivadas

Fabio A. Fortunato Filho[1] José Mario Martínez[2]
IMECC-Unicamp, Campinas, SP
Rodolfo Gotardi Begiato[3]
DAMAT/UTFPR, Curitiba, PR

Na área da hidráulica, um estudo comum é a análise do escoamento de fluidos sobre o solo, que pode ser descrito por meio de um modelo unidimensional chamado Equações de Saint-Venant. Esse modelo é capaz de descrever o comportamento de um fluido em um canal, seja ele natural ou artificial. Para resolver essas equações, existem diversas abordagens, sendo as mais comuns os métodos numéricos de diferenças finitas explícitos e/ou implícitos. Nesses métodos, o canal é discretizado em um número finito de pontos ($n_x$), geralmente coletados por meio de medições. No entanto, para que a equação reflita a realidade, é necessário estimar um coeficiente que represente as informações de atrito e densidade do fluido, chamado de coeficiente de Manning. Para estimar esse coeficiente, é formulado um problema que busca minimizar a soma dos quadrados dos resíduos da seguinte forma

$$\min_{x \in \mathbb{R}^{n_x}} \sum_{i=1}^{k} ||F_i(\xi) - y^{obs_i}||_2^2, \tag{1}$$

em que $\xi$ representa o coeficiente de Manning, $y^{obs_i}$ é o vetor de dados coletados referente ao ponto $i$ e $F_i(\xi)$ um vetor contendo os resultados obtidos na solução das equações de Saint-Venant também referente ao $i$-ésimo ponto. Para resolver as equações e obter os valores de $F_i(\xi)$ utilizaremos um método explicito baseado em diferenças finitas com difusão, como é explorado em Porto [1].

Dessa forma, a função objetivo do problema se torna uma Função Caixa Preta sendo necessário buscar soluções utilizando métodos de minimização livres de derivada [2]. Um dos métodos mais utilizados em problemas livres de derivadas, e que será abordado nesse trabalho, é o método de Nelder-Mead [3]. Como a dimensão do problema $n_x$ tende a ser grande, a aplicação de métodos de redução de espaço é uma maneira de auxiliar na busca de soluções. Uma possível abordagem é utilizar o método de redução de espaço baseado em interpolação proposto por Birgin e Martínez [4]. Nesse método, é reduzida a dimensão do problema para $n_{red} = 2\kappa + 2$, com $\kappa \in \mathbb{N}$ e $n_{red} \leq n$, gerando o seguinte problema

$$\min_{(v,p) \in \mathbb{R}^{n_{red}}} \sum_{i=1}^{k} ||F(S(v,p)) - y^{obs}||_2^2, \tag{2}$$

em que $v = (v_0, \ldots, v_{\kappa+1})$, $p = (p_1, \ldots, p_\kappa)$, $S$ é a função que interpola os pontos $(0, v_0), (p_1, v_1), \ldots,$ $(p_\kappa, v_\kappa)$ e $(1, v_{\kappa+1})$ com $0 \leq p \leq 1$. Como o Método de Nelder-Mead originalmente é aplicado em problemas irrestritos, devemos penalizar (2) da seguinte forma

[1]f235849@dac.unicamp.br
[2]martinez@ime.unicamp.br
[3]begiato@gmail.com

$$\min_{(v,p)\in\mathbb{R}^{n_{red}}} \sum_{i=1}^{k} ||F(S(v,p)) - y^{obs}||_2^2 + P(p), \tag{3}$$

com

$$P(p) = 1000 \sum_{p_i<0 \text{ ou } p_i>1} p_i^2.$$

Para aplicar o modelo (3) em dados reais, foram utilizados dados de 29 dias do rio East Fork, o qual está localizado no estado de Wyoming (USA), disponíveis em Meade, Myrick e Emmett [5].

Este trabalho é motivado pelos objetivos do grupo de Pesquisa e Ação em Conflitos, Riscos e Impactos Associados a Barragens (CRIAB) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), que busca compreender e investigar as consequências decorrentes de desastres envolvendo barragens. Com mais de 900 barragens cadastradas na Agência Nacional de Mineração, tragédias de pequena e grande escala relacionadas a essas construções devem ser consideradas. No cenário nacional, duas tragédias recentes destacam-se: o rompimento da barragem em Mariana - MG, ocorrido em 2015, que provocou o maior impacto ambiental da história do país e um dos maiores do mundo envolvendo barragens de rejeitos, e, em 2019, o rompimento da barragem em Brumadinho - MG, que foi o segundo maior desastre ambiental do século, acarretando em centenas de mortes. Nesse sentido, é de suma importância compreender o funcionamento de uma barragem e aplicar modelos matemáticos para fazer previsões e, se possível, evitar novos desastres.

## Agradecimentos

Este estudo foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

## Referências

[1] Rodrigo de Melo Porto. **Hidráulica Básica**. Vol. 1. EESC - USP, 1999.

[2] Charles Audet e Warren Hare. **Derivative-free and black box optimization**. Vol. 2. Springer, 2017.

[3] J. A. Nelder e R. Mead. "A Simplex Method for Function Minimization". Em: **The Computer Journal** 7.4 (jan. de 1965), pp. 308–313. ISSN: 0010-4620. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308. eprint: https://academic.oup.com/comjnl/article-pdf/7/4/308/1013182/7-4-308.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308.

[4] E. G. Birgin e J. M. Martínez. "Accelerated derivative-free nonlinear least-squares applied to the estimation of Manning coefficients". Em: **Computational Optimization and Applications** 81 (2022), pp. 689–715. URL: https://doi.org/10.1007/s10589-021-00344-w.

[5] R.H. Meade, R.M. Myrick e W.W. Emmett. **Field Data Describing the Movement and Storage of Sediment in the East Fork River, Wyoming, Part II.** USGS Open-File, 1979.