

Determinação do número de soluções do Problema Discretizável de Geometria de Distâncias usando grafos K -incidentes

Leandro Rocha ¹ Carlile Lavor ²

IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

Elen V. P. Spreafico ³

INMA/UFMS, Campo Grande, MS

Resumo: Geometria de Distâncias (GD) é uma área de pesquisa onde a Matemática e a Computação são áreas fundamentais do seu alicerce. O conceito de distância [1] é fundamental na humanidade, sendo o principal objeto de estudo na GD. Atualmente, o problema fundamental da GD é determinar um conjunto de pontos em um dado espaço geométrico, cujas distâncias, entre alguns deles, são conhecidas. Conforme [2], o problema de Geometria de Distâncias (PGD) pode ser definido como: Dado um inteiro $K > 0$ e um grafo simples $G = (V, E, d)$, conexo e com pesos nas arestas $d : E \rightarrow \mathbb{R}_+$, encontre uma função $x : V \rightarrow \mathbb{R}^K$ tal que

$$\forall \{u, v\} \in E, \|x(u) - x(v)\| = d(u, v). \quad (1)$$

Usando uma ordenação conveniente dos vértices do grafo do PGD [3], o problema pode ser discretizado e resolvido por meio de um algoritmo tipo Branch-and-Prune (BP). O novo problema é chamado de Problema Discretizável de Geometria de Distâncias (PDGD) [3], cujo espaço de busca pode ser representado por uma árvore binária.

O grafo do PDGD gera simetrias na árvore de busca do problema que pode informar, antes mesmo da aplicação do BP, o número de soluções do mesmo. Por sua vez, o número de soluções pode ajudar na resolução do PDGD.

As simetrias do PDGD estão associadas à definição de um novo grafo, chamado de grafo K -incidente, que depende da ordem de discretização do PDGD [4]. Na Figura 1, temos o grafo G de um PDGD e seu grafo 2-incidente.

Em [4], temos a conjectura de que o número de soluções da instância original do problema é $2^{|V_{\mathcal{T}}^c| - 1}$, onde $V_{\mathcal{T}}^c$ é o conjunto dos vértices do grafo K -incidente após realizar a contração de vértices utilizados no caminho mínimo de determinadas arestas de poda.

Inicialmente, estamos realizando o trabalho para $K = 2$ com análises utilizando grafos randômicos no software Wolfram Mathematica e comparando conjunto solução com novas conjecturas.

¹l219981@dac.unicamp.br.

²clavor@unicamp.br.

³elen.spreafico@ufms.br.

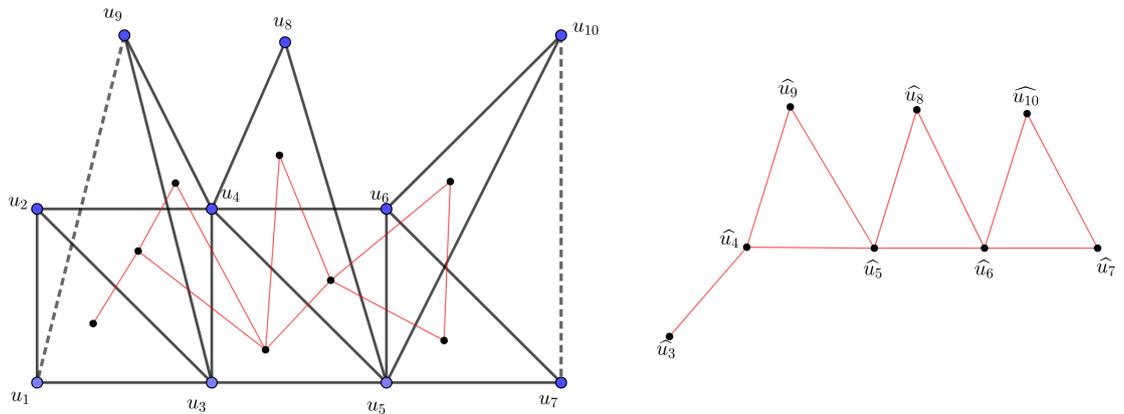


Figura 1: Grafo G representando o PDGD (lado esquerdo) e seu grafo 2-incidente (lado direito)

Referências

- [1] M. Deza. **Encyclopedia of distances**. Springer, 2009.
- [2] L. Liberti, C. Lavor, N. Maculan e A. Mucherino. “Euclidean distance geometry and applications”. Em: **SIAM Review** 56 (2014), pp. 3–69.
- [3] C. Lavor e L. Liberti. **Um convite à Geometria de Distâncias**. Notas em Matemática Aplicada v. 71. SBMAC, 2014. ISBN: 978-85-8215-057-3.
- [4] G. Abud, J. Alencar, C. Lavor, L. Liberti e A. Mucherino. “The K-discretization and K-incident graphs for discretizable Distance Geometry”. Em: **Optimization Letters** 14.2 (2020), pp. 469–482.