Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um algoritmo eficiente para a otimização topológica de estruturas tridimensionais de grande porte

Alfredo Vitorino[1] Francisco de Assis Magalhães Gomes Neto[2]
IMECC/Unicamp, Campinas, SP

A otimização topológica estrutural é uma metodologia matemática desenvolvida com o propósito de auxiliar a produção de estruturas que tenham a máxima rigidez (ou, equivalentemente, a mínima flexibilidade), para que sejam capazes de suportar cargas externas sem sofrerem grandes deslocamentos e deformações, mantendo o equilíbrio estático e satisfazendo uma restrição de volume. Encontrar um novo modelo de estrutura requer tempo, experiência e criatividade do projetista ou engenheiro. A otimização topológica facilita a seleção de um formato inicial adequado para a estrutura e vem ganhando destaque na academia e na indústria, com diversas aplicações nas engenharias [2]. O desenvolvimento de algoritmos eficientes para a resolução de problemas de grande porte é um assunto de bastante interesse na área.

De início, conhecemos o domínio no qual a estrutura deve ficar contida, as cargas externas aplicadas, os apoios responsáveis pela sustentação da estrutura e a quantidade máxima de material que poderá ser utilizada. Empregamos o método dos elementos finitos para discretizar o domínio, formando uma malha, e queremos determinar em quais elementos haverá material. Para evitar um problema de otimização inteira, consideramos que cada elemento terá uma densidade $\rho_e \in [0, 1]$ e aplicamos o modelo SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) para diminuir a ocorrência de densidades intermediárias.

Na forma discretizada, a condição de equilíbrio estático da estrutura é representada pelo sistema linear $\mathrm{K}(\rho)\mathrm{u} = \mathrm{f}$, em que $\mathrm{K}(\rho)$ é denominada matriz de rigidez, f é o vetor de cargas nodais e u é o vetor de deslocamentos nodais. Ademais, a flexibilidade média da estrutura é aproximada por $\mathrm{f}^T\mathrm{u}$. O problema de otimização topológica estrutural é formulado como um problema de otimização não linear com o objetivo de encontrar as densidades de material em cada elemento da malha que minimizem a flexibilidade, garantindo o equilíbrio da estrutura, atendendo à restrição de volume máximo e mantendo as densidades no intervalo $[0, 1]$.

Com o intuito de evitar instabilidades numéricas na resolução do problema, aplicamos um filtro de densidades, cujo objetivo é redistribuir as densidades de material ao redor de cada elemento. Isso faz com que apareçam mais densidades intermediárias na solução, que podem dificultar a produção da estrutura e influenciar o valor da flexibilidade média, dificultando a comparação entre diferentes métodos de resolução. Propomos uma estratégia de arredondamento de densidades, baseada em informações do vetor gradiente, com a qual conseguimos obter soluções próximas de um minimizador local contendo poucas densidades intermediárias.

Nosso objetivo é encontrar estruturas detalhadas e com contornos suaves, o que exige que utilizemos malhas com uma quantidade grande de elementos. Sendo assim, o número de variáveis do problema cresce bastante, principalmente no caso tridimensional. Neste trabalho, estudamos algumas técnicas que tornam o algoritmo de resolução mais eficiente e apresentamos resultados computacionais, obtidos com uma implementação feita em Matlab, para a resolução de problemas tridimensionais de grande porte.

[1] oalfredovitorino@gmail.com
[2] chico2@unicamp.br

Resolvemos o problema de otimização aplicando um algoritmo globalmente convergente de programação linear sequencial [3], com um critério de parada baseado nas condições KKT do problema. Utilizamos um método *multigrid* [1] como precondicionador do método dos gradientes conjugados para a resolução dos sistemas lineares de equilíbrio, reduzindo substancialmente o tempo gasto nessa etapa em comparação com outros precondicionadores comumente utilizados, como a fatoração incompleta de Cholesky. Além disso, aplicamos um esquema de multirresolução [5], cuja ideia é trabalhar com discretizações diferentes em cada etapa da otimização topológica: uma malha mais grossa (com menos elementos) para a resolução dos sistemas lineares, uma malha intermediária para a resolução do problema de otimização e uma malha mais fina (com mais elementos) na qual é definida a distribuição das densidades de material. Com isso, o consumo de memória e o tempo computacional são reduzidos, enquanto a resolução final da estrutura é alta.

Em contrapartida, a multirresolução pode apresentar regiões com rigidez artificial, formando artefatos indesejados na estrutura [4], especialmente quando reduzimos o raio de aplicação do filtro de densidades. Para amenizar esse inconveniente, testamos o aumento no grau de aproximação dos deslocamentos da estrutura.

Com o propósito de reduzir o tempo gasto ao utilizarmos elementos de grau maior que 1, propomos uma estratégia adaptativa que consiste em obter uma aproximação inicial utilizando elementos lineares e, com base nas regiões vazias ou sólidas da estrutura, escolher algumas variáveis que podem ser suprimidas do problema, tendo seus valores fixados. Assim, reduzimos a dimensão dos sistemas lineares e a quantidade de variáveis do problema, de modo que podemos utilizar elementos de grau 2 ou 3 para melhorar a precisão da solução sem prejudicar demais a eficiência conquistada com a multirresolução.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

Referências

[1] O. Amir, N. Aage e B. S. Lazarov. “On multigrid-CG for efficient topology optimization”. Em: **Structural and Multidisciplinary Optimization** 49 (2014), pp. 815–829. DOI: 10.1007/s00158-013-1015-5.

[2] M. P. Bendsøe e O. Sigmund. **Topology optimization: theory, methods, and applications**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2003. ISBN: 9783662050866.

[3] F. A. M. Gomes e T. A. Senne. “An SLP algorithm and its application to topology optimization”. Em: **Computational and Applied Mathematics** 30 (2011), pp. 53–89. DOI: 10.1590/S1807-03022011000100004.

[4] D. K. Gupta, M. Langelaar e F. van Keulen. “QR-patterns: artefacts in multiresolution topology optimization”. Em: **Structural and Multidisciplinary Optimization** 58 (2018), pp. 1335–1350. DOI: 10.1007/s00158-018-2048-6.

[5] T. H. Nguyen, G. H. Paulino, J. Song e C. H. Le. “Improving multiresolution topology optimization via multiple discretizations”. Em: **International Journal for Numerical Methods in Engineering** 92 (2012), pp. 507–530. DOI: 10.1002/nme.4344.