Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise da Transferência Radiativa em Tratamentos de Câncer por Hipertermia Induzida por Laser

Fernando Groff*,[1] Liliane Basso Barichello,[2] Esequia Sauter[3]
PPGMAp*/IME/UFRGS, Porto Alegre, RS

A hipertermia induzida por laser é uma técnica promissora de combate ao câncer, onde o aumento controlado de temperatura é utilizado para destruir tecidos tumorais. A escolha de parâmetros que otimizem os resultados do tratamento pode ser investigada a partir do acoplamento de modelos de transferência radiativa e de biotransferência de calor [1, 2]. Devido à complexidade do fenômeno de transferência radiativa, simulações numéricas tendem a ser um desafio mesmo diante da capacidade computacional disponível atualmente. Neste trabalho, desenvolvemos uma formulação matemática para a resolução precisa e eficiente, em geometria unidimensional, de problemas de transferência de calor em tecidos biológicos, com particular atenção à transferência radiativa.

Para representar diferentes tecidos, decompomos o domínio em R camadas homogêneas, indicadas pelo subscrito "r". Em cada camada, modelamos a absorção de radiação a partir da equação de transferência radiativa monocromática em estado estacionário [3]

$$\mu \frac{\partial}{\partial z} I_r(z,\mu) + \beta_r I_r(z,\mu) = \frac{\sigma_{s,r}}{2} \sum_{l=0}^{L_r} A_{r,l} P_l(\mu) \int_{-1}^{1} P_l(\mu') I_r(z,\mu') \, d\mu' + s_r(z,\mu), \tag{1}$$

onde I_r é intensidade, $z \in (z_{r-1}, z_r)$ é a variável espacial, $\mu \in [-1,1]$ é o cosseno do ângulo polar, β_r e $\sigma_{s,r}$ são os coeficientes de extinção e de espalhamento e s_r é a função que descreve a emissão de radiação do meio. A fim de possibilitar diferentes aproximações da função de fase de espalhamento, utilizamos uma série de polinômios de Legendre truncada, com coeficientes $A_{r,l}$ e grau de anisotropia L_r.

Nas interfaces, consideramos a condição de continuidade para a intensidade. Para modelar a incidência do laser, utilizamos um termo de radiação colimada na fronteira $z = 0$ [3], de modo que

$$I_1(0,\mu) = \frac{q_c}{2\pi} \delta(\mu - \mu_c) + B_1(\mu) + \rho_1^s(\mu) I_1(0,-\mu) + 2\rho_1^d(\mu) \int_0^1 I_1(0,-\mu') \mu' d\mu' \tag{2}$$

para $\mu \in (0,1]$, sendo q_c e μ_c a magnitude e a direção do laser, B_1 a função que descreve a emissão de radiação na fronteira e ρ_1^s e ρ_1^d os coeficientes de reflexão especular e difusa. Na fronteira $z = d$, consideramos uma condição de contorno análoga, excluindo-se o termo de radiação colimada.

Buscando preservar a analiticidade o quanto possível, decompomos a intensidade em uma componente singular e uma não singular para tratar analiticamente a *função* delta de Dirac na condição de contorno (2). Em seguida, derivamos uma expressão analítica na variável espacial para a componente não singular utilizando o método Analítico de Ordenadas Discretas (ADO) [4]. Para calcular a distribuição de temperatura resultante nos tecidos, acoplamos a solução obtida para o problema

[1] fernando.groff@ufrgs.br
[2] lbaric@ufrgs.br
[3] esequia@gmail.com

de transferência radiativa à equação de biotransferência de calor de Pennes [2], isto é,

$$\rho_r c_r \frac{\partial}{\partial t} T_r(z,t) = k_r \frac{\partial^2}{\partial z^2} T_r(z,t) + \rho_b c_b v_{b,r} \left[T_b - T_r(z,t)\right] + q_{m,r}(z,t) - 2\pi \int_{-1}^{1} \mu \frac{\partial}{\partial z} I_r(z,\mu)\, d\mu, \quad (3)$$

onde T_r é a temperatura, $t > 0$ é a variável temporal, ρ_r é a densidade, c_r é o calor específico, k_r é a condutividade térmica e $q_{m,r}$ é a fonte de calor devido à atividade metabólica. O subscrito "b" refere-se às propriedades do sangue, e o termo $v_{b,r}$ corresponde à taxa de perfusão sanguínea. Utilizando o método de Volumes Finitos [5], aproximamos a solução da equação (3) considerando interfaces em contato térmico ideal e condições de contorno gerais.

A fim de testar a formulação, consideramos dois problemas com dados realistas, incluindo, em ambos, casos sem e com a adição de nanopartículas como agentes fototérmicos [1, 2]. No primeiro, utilizamos os parâmetros da referência [1] para investigar a qualidade da solução do problema de transferência radiativa para diferentes ordens de discretização da variável angular e diferentes aproximações da função de fase de Henyey-Greenstein [1]. Aqui, aproximações de baixa ordem apresentaram resultados superiores ao método P_1 [3], e aproximações de alta ordem apresentaram, com baixo custo computacional, precisão semelhante a do método de Monte Carlo [3]. No segundo problema, utilizamos os parâmetros da referência [2] para investigar a influência da aplicação de nanopartículas absorvedoras sobre o tratamento. Nesse caso, os picos de temperatura ao final dos períodos de aquecimento foram deslocados de tecidos saudáveis para o tumor e ultrapassaram os 42°C, temperatura suficiente para a ocorrência de hipertermia [2]. Observamos que resultados numéricos ainda não publicados na literatura, segundo nosso conhecimento, foram obtidos para ambos os problemas. De modo geral, a formulação se mostrou rápida e precisa em todos os casos considerados.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq por financiamento a este trabalho.

Referências

[1] L. A. Dombrovsky, J. H. Randrianalisoa, W. Lipinski e V. Timchenko. "Simplified Approaches to Radiative Transfer Simulations in Laser-Induced Hyperthermia of Superficial Tumors". Em: **Computational Thermal Sciences** 5.6 (2013), pp. 521–530. DOI: 10.1615/ComputThermalScien.2013008157.

[2] L. A. Dombrovsky, V. Timchenko, M. Jackson e G. H. Yeoh. "A Combined Transient Thermal Model for Laser Hyperthermia of Tumors with Embedded Gold Nanoshells". Em: **International Journal of Heat and Mass Transfer** 54 (2011), pp. 5459–5469. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.07.045.

[3] M.F. Modest. **Radiative Heat Transfer**. 3ª ed. Academic Press, 2013. ISBN: 978-0-12-386944-9.

[4] L. B. Barichello. "Explicit Formulations for Radiative Transfer Problems". Em: **Thermal Measurements and Inverse Techniques**. Ed. por H. R. B. Orlande, O. Fudyin, D. Maillet e R. M. Cotta. Heat Transfer. CRC Press, 2011. Cap. 15, pp. 541–562. ISBN: 978-1-4398-4555-4.

[5] N. G. March e E. J. Carr. "Finite Volume Schemes for Multilayer Diffusion". Em: **Journal of Computational and Applied Mathematics** 345 (2019), pp. 206–223. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cam.2018.06.041.