Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem numérica de canais naturais com transporte de sedimentos via sistema de Saint-Venant-Exner

Thiago F. C. Carrenho[1]
Lucas Ferreira Moura Oliveira[2]
Maicon Ribeiro Correa[3]
DMA/IMECC - Unicamp, Campinas, SP

No contexto de modelagem numérica de canais naturais, as equações de Saint-Venant, forma unidimensional das equações de águas rasas, são amplamente utilizadas para escoamento de um fluido newtoniano incompressível em canais abertos [1, 2]. A dedução destas equações passa por um processo de redução dimensional, a partir das equações de Navier-Stokes, resultando em um novo sistema de EDP's não lineares composto pelas equações de balanço médias. Sejam, para um canal de comprimento L, o domínio $\Omega = (0, L)$, e um intervalo de tempo $I = (t_0, T)$. Nestas condições, as equações de Saint-Venant são dadas pela equação da conservação da massa do fluido (1a) e do balanço do momento linear (1b)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad \text{em } \Omega \times I, \tag{1a}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A} + gI_1\right) = gI_2 - gA\left[\frac{\partial z_b}{\partial x} + S_f\right] \quad \text{em } \Omega \times I, \tag{1b}$$

onde o tempo $t \in I$ e a posição $x \in \Omega$ são variáveis independentes, $A(x,t)$ representa a área molhada de uma determinada seção transversal do canal, Q é o fluxo volumétrico que cruza esta seção, g é aceleração da gravidade, e os termos I_1 e I_2 computam as forças devido à pressão hidrostáticas e à pressão de parede, respectivamente, e são dados por

$$I_1 = \int_0^{h(x,t)} (h-y)b(x,y)\mathrm{d}y, \quad \text{e} \quad I_2 = \int_0^{h(x,t)} (h-y)\frac{\partial b(x,y)}{\partial x}\mathrm{d}y, \tag{2}$$

onde $b = b(x,y)$ é a largura do canal em x numa distância y do leito do canal, e $h = h(x,t)$ é a profundidade da lâmina d'água para um ponto x no instante de tempo t. Além disto, $z_b(x)$ é a cota de fundo do canal, isto é, para um ponto x, $z_b(x)$ é a distância entre o leito, onde $y = 0$, e um ponto de referência, termos estes ilustrados na Figura 1. Por fim, S_f é o termo de fricção, definido por

$$S_f = \frac{n^2|Q|}{A^2R^{4/3}}Q, \tag{3}$$

onde n é o coeficiente de rugosidade de Manning, R o raio hidráulico (razão entre a área da seção transversal molhada e o perímetro molhado).

A batimetria, isto é, o formato do leito, de um canal natural nem sempre é suave, e o seu material pode ser leve o suficiente para ser transportado pela corrente do fluido, resultando em um processo de erosão/deposição, alterando assim z_b, que é um dos fatores mais importantes das

[1]t224831@dac.unicamp.br
[2]l239956@dac.unicamp.br
[3]maicon@ime.unicamp.br

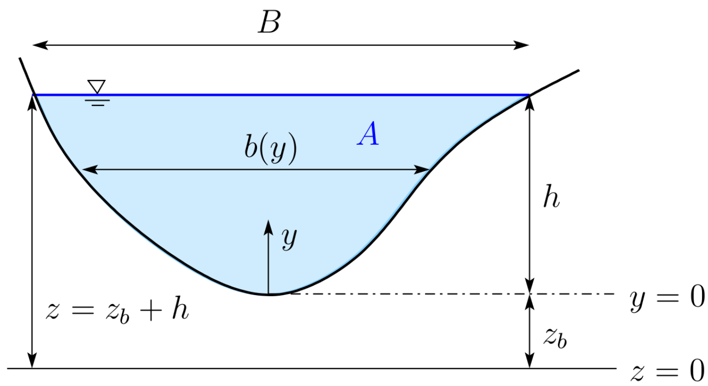

Figura 1: Seção transversal de canal aberto

nas equações de Saint-Venant (1). Note que neste caso a função z_b também depende do tempo, se tornando $z_b(x,t)$. Nestes casos, é necessário modelar o transporte de sedimentos. Neste trabalho consideramos a equação de Exner unidimensional

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial q_s}{\partial x}, \tag{4}$$

na qual ε_0 representa a granulometria do solo, indicando o tamanho médio dos grãos que o compõe, e q_s é o fluxo de sedimentos. Assim, a modelagem via Saint-Venant-Exner visa descrever o escoamento do fluido em um canal aberto unidimensional, levando em consideração o transporte de sedimentos no solo do canal. Do ponto de vista numérico, propomos a solução do sistema Saint-Venant-Exner a partir do emprego de métodos de Volumes Finitos e Elementos Finitos, associados a um algoritmo de desacoplamento temporal das equações [3].

Comentários e Agradecimentos

Este estudo é parte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado do autor, e se encontra em estágios iniciais. A realização deste projeto só está sendo possível graças ao fomento da FAPESP (Processo Nº 2022/13007-2) e da CAPES (PROEX).

Referências

[1] A. Khan e W. Lai. **Modeling Shallow Water Flows Using the Discontinuous Galerkin Method**. Mar. de 2014. ISBN: 9780429157936. DOI: `10.1201/b16579`.

[2] R. C. M. Junior. "Resolução Numérica das Equações de Saint-Venant pelo Método de Galerkin Descontínuo". Dissertação de mestrado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2022.

[3] A. Siviglia, D. Vanzo e E. F. Toro. "A splitting scheme for the coupled Saint-Venant-Exner model". Em: **Advances in Water Resources** 159 (jan. de 2022), p. 104062. DOI: `10.1016/j.advwatres.2021.104062`.

