Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estratégias Numéricas para Simular Escoamentos Complexos com Escorregamento na Parede

Gilcilene S. de Paulo[1]
FCT-UNESP, Presidente Prudente, SP
Caroline Viezel[2]
Doutora em Ciências da Computação e Matemática Computacional, pelo ICMC/USP, São Carlos, SP
Luís L. Ferrás[3]
CEFT-Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal

Em escoamentos de fluidos viscoelásticos, como o processo de polímeros fundidos, a velocidade de escorregamento (verdadeira ou aparente) está associada a certas instabilidades viscoelásticas. Por exemplo, na saída de um capilar, o escoamento de um fluido viscoelástico, impulsionado por um gradiente de pressão imposto, pode exibir alguns defeitos indesejáveis, como "pele de tubarão", fraturas, etc. Portanto, é de grande importância estudar os efeitos de tais condições de contorno em escoamentos complexos, de forma experimental, teórica e numérica.

Neste trabalho, detalharemos as estratégias numéricas para implementação das condições de contorno de escorregamento na parede rígida em um código de diferenças finitas que resolve numericamente as equações governantes de escoamentos de fluidos viscoelásticos confinados e também com superfície livre. As condições de contorno de escorregamento na parede rígida são calculadas explicitamente considerando os vetores de tensão tangente Newtoniana e viscoelástica.

O sistema de equações que modelam estes escoamentos isotérmicos e de fluidos incompressíveis é dado pelas equações da continuidade (1) e da quantidade de movimento (2), nas suas formas adimensionais por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{\beta}{Re}\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{T} + \frac{1}{Fr^2}\mathbf{g}. \tag{2}$$

As variáveis presentes nas equações (1) e (2) são: $\mathbf{u}$ o vetor velocidade, p a pressão, $\mathbf{g}$ o campo gravitacional e $\mathbf{T}$ o tensor de contribuição polimérica do tensor extra-tensão $\boldsymbol{\tau}$, o qual é obtido resolvendo-se uma equação constitutiva, que neste trabalho, será descrita na forma diferencial pela equação (3),

$$f(tr(\mathbf{T}))\mathbf{T} + We\left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{T} - \left[(\nabla \mathbf{u})^\top \cdot \mathbf{T} + \mathbf{T} \cdot \nabla \mathbf{u}\right]\right) = \frac{1-\beta}{Re}\left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^\top\right), \tag{3}$$

em que,

$$f(tr(\mathbf{T})) = 1 + \epsilon \frac{WiRe}{(1-\beta)} tr(\mathbf{T}), \tag{4}$$

descrevendo assim, o modelo PTT (Phan-Thien–Tanner) linear, e quando $f(tr(\mathbf{T})) = 1$ obtém-se o modelo Oldroyd-B. Os números adimensionais Reynolds, Froude e Weissenberg são representados,

[1]gilcilene.sanchez@unesp.br
[2]carol.viezel@gmail.com
[3]lferras@fe.up.pt

respectivamente, por Re, Fr e Wi. O parâmetro β é a razão entre as viscosidades do solvente (η_s) e total η_0, $\beta = \dfrac{\eta_s}{\eta_0}$.

As condições inicias e as condições para os contornos de entrada, saída e de superfície livre do fluido serão imposta como em trabalhos anteriores do grupo (ver, por exemplo, [2], [4], [5]). Para os contornos rígidos, a condição clássica de não-escorregamento será substituída pela condição de escorregamento Navier-linear [3]:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{t})\,\mathbf{t} = -\kappa\,(\mathbf{t}\;\mathbf{n}_w : \boldsymbol{\tau})\,, \tag{5}$$

em que $\mathbf{t}$ e $\mathbf{n}_w$ são os vetores unitários tangente e normal a parede rígida, respectivamente, $\mathbf{u}_{slip} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{t})\,\mathbf{t}$ é o vetor velocidade de escorregamento na parede paralelo ao tensor tangente na direção oposta (tração - $\boldsymbol{\tau}_{slip} = (\mathbf{t}\;\mathbf{n}_w : \boldsymbol{\tau})$), e, κ é o coeficiente de fricção adimensional [1].

Nesta metodologia, o acoplamento da pressão e velocidade é feito utilizando as ideias do método de projeção e, um procedimento iterativo é usado para acoplar a tensão com as variáveis primitivas pressão-velocidade. Mostraremos que com a implementação proposta não há necessidade de relaxamento da velocidade de escorregamento, o que frequentemente se faz necessário com a aproximação pelo método dos volumes finitos, quando se utiliza o método SIMPLE, mesmo para altos coeficientes de escorregamento (κ).

Para validar e testar a robustez da implementação, vamos comparar os perfis numéricos de velocidade e tensão para escoamentos totalmente desenvolvidos em um canal bidimensional sob escorregamento na parede com as soluções analíticas correspondentes. Além disso, apresentaremos um estudo de caso detalhado do problema do inchamento do extrudado, descrevendo os efeitos do coeficiente de fricção sobre este escomento.

Agradecimentos

Esta pesquisa tem sido apoiada pela PROPG - Pro-Reitoria de Pós-Graduação da UNESP (PVExt - Edital 03/2014 e Edital 20/2022), e resultados iniciais foram obtidos em um Projeto de Pesquisa Regular e de Mestrado apoiados pela FAPESP - Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (Processos nos. 2011/13930-0 e 2013/25620-1). Todos os ensaios numéricos foram realizados pelo lsncs (Cluster do Laboratório de Simulação Numérica da FCT/UNESP).

Referências

[1] L. L. Ferrás, J. M. Nóbrega e F. T. Pinho. “Implementation of slip boundary conditions in the finite volume method: new techniques”. Em: **International Journal for Numerical Methods in Fluids** 72 (2013), pp. 724–747. DOI: 10.1002/fld.3765.

[2] S. McKee et al. “The MAC method”. Em: **Computers & Fluids** 37 (2008), pp. 907–930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2007.10.006.

[3] C. L. M. H. Navier. “Mémoire sur les lois du mouvement des fluids”. Em: **Mémoires de l’Academie Royale des Sciences de l’Institut de France** 6 (1823), pp. 389–416.

[4] C. M. Oishi et al. “Numerical solution of the eXtended Pom-Pom model for viscoelastic free surface flows”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 166 (2011), pp. 165–179. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2010.11.001.

[5] G. S. Paulo et al. “Numerical solution of the FENE-CR model in complex flows”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 204 (2014), pp. 50–61. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2013.11.003.

