

## Simulações Numéricas no Tratamento para HIV

**Juliana Medeiros Salgado\***

**Yuri Caminha Lima Cattete Reis†**

**Dayse Haime Pastore**

**Roberto Carlos Antunes Thomé**

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - Depto de Matemática  
20271-110, Av. Maracanã 229, Rio de Janeiro, RJ

E-mail: julianamsalgado@gmail.com , ycaminha@gmail.com,  
dpastore@cefet-rj.br, rthome@cefet-rj.br.

### RESUMO

O HIV (human immunodeficiency virus), responsável pela AIDS, vem se tornando a cada dia uma ameaça maior à população, uma vez que ao entrar no organismo humano seu desenvolvimento e reprodução se dão de uma maneira rápida e em larga escala. Tendo em vista o problema acima, a pesquisa é baseada em análises computacionais do modelo matemático abaixo, apresentado em [6] por Magalhães, Thomé, Pastore e Yang, com uso do software MATLAB®:

$$\begin{cases} \dot{x} &= \lambda_x - \mu_x x - \beta_v x v \\ \dot{y} &= \beta_v x v - \mu_y y - p_y y z_a \\ \dot{v} &= k_v \mu_y y - \mu_v v - p_v v z_a \\ \dot{z} &= \lambda_z - \mu_z z - \beta_z z v \\ \dot{z}_a &= \beta_z z v - \mu_z z_a \end{cases} \quad (1)$$

As variáveis e os parâmetros utilizados no modelo (1) estão descritos na tabela a seguir.

Variáveis			
Células T CD4+ (suscetíveis)	$x$	Células T CD4+ infectadas pelo HIV	$y$
HIV livres no organismo	$v$	Células de defesa T CD8+ específicas para o HIV	$z$
Células de defesa ativadas	$z_a$		
Parâmetros			
Mortalidade das células suscetíveis	$\mu_x$	Mortalidade das células infectadas	$\mu_y$
Mortalidade do vírus	$\mu_v$	Mortalidade das células defesa	$\mu_z$
Taxa de suprimento das células suscetíveis	$\lambda_x$	Taxa de suprimento das células de defesa	$\lambda_z$
Taxa de infecção do vírus	$\beta_v$	Taxa de ativação da resposta imunológica	$\beta_z$
Vírus liberados por uma célula infectada	$k_v$	Taxa de destruição de células infectadas	$p_y$
Taxa de destruição dos vírus	$p_v$		

Por meio da introdução de duas novas variáveis de controle,  $u_1$  e  $u_2$ , ao modelo (1) é possível simular o tratamento do HIV no organismo humano. As novas variáveis de controle  $u_1$  e  $u_2$  assumem valores no intervalo  $[0, 1]$ , onde o valor *zero* significa a ausência de tratamento e o valor *unitário* representa o tratamento com 100% de eficiência. Analisando a variação dessas variáveis de controle, que podem ser interpretadas como as dosagens dos medicamentos do coquetel, é possível alterar o comportamento das células infectadas, das células suscetíveis existentes no organismo, das células de defesa específicas, do HIV livre no organismo e das células de defesa ativadas.

Sendo assim, este trabalho busca interpretar as reações obtidas pelo organismo humano com o uso de medicamentos que amenizam o desenvolvimento do HIV. Isso se deve ao fato das drogas que compõem

\*bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CEFET/RJ

†bolsista do Programa Jovens Talentos CAPES

os coquetéis serem as responsáveis pelo bloqueio das células infectadas, impedindo que elas produzam os vírus.

Introduzindo as variáveis de controle  $u_1$  e  $u_2$  no modelo (1), obtemos:

$$\begin{cases} \dot{x} &= \lambda_x - \mu_x x - (1 - u_1)\beta_v x v \\ \dot{y} &= (1 - u_1)\beta_v x v - \mu_y y - p_y y z_a \\ \dot{v} &= (1 - u_2)k_v \mu_y y - \mu_v v - p_v v z_a \\ \dot{z} &= \lambda_z - \mu_z z - \beta_z z v \\ \dot{z}_a &= \beta_z z v - \mu_z z_a \end{cases} \quad (2)$$

Vale a pena ressaltar, que podemos minimizar a quantidade de drogas (medicamentos) que são ministrados aos pacientes. Com os dados obtidos nas simulações numéricas, podemos concluir que o aumento na quantidade de drogas, a partir de um certo momento, não traz um ganho considerável ao tratamento (eficácia abaixo de 10%).

**Palavras-chave:** *HVI, Modelagem Matemática, Simulação Numérica*

## Referências

- [1] Caetano, M.A.L., & Yoneyama, T., Optimal end sub-optimal control in Dengue epidemics, *Optim. Control Appl. Meth.*, 22 (2001) 63-73.
- [2] Culshaw, R.V., Ruan, S. & Spiteri, R.J., Optimal HIV treatment by maximising immune response, *J. Math. Biol.*, 48 (2004) 545-562.
- [3] Fleming, W. & Rishel, R., “Deterministic and Stochastic Optimal Control”, Springer-Verlag, New York, 1975.
- [4] Kahn, J.O. & Walker, B.D., Acute Human Immunodeficiency Virus type 1 infection, *N Engl J Med*, 331 (1998) 33-9.
- [5] Joshi, H.R., Optimal control of an HIV immunology model, *Optim. Control Appl. Meth.*, 23 (2002) 199-213.
- [6] Magalhães, C. V., Thomé, R. C. A., Pastore, D. H. & Yang, H. M., Modelagem Matemática da Imunologia de HIV: O Estudo das Células de Defesa Ativadas, *Tecnologia & Cultura (CEFET/RJ)*, 15 (2013) 42-48.