Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Códigos para Canais de Leitura de Pares de Símbolos e de b-Símbolos

Sabrina Ferreira Marciano Faria[1]
UNICAMP, Campinas, SP
Marinês Guerreiro[2]
DMA/UFV, Viçosa, MG

No mundo atual, com o alto uso de tecnologias em todas as áreas, estamos sempre transmitindo, recebendo e guardando informações. Acontece que, durante essas transmissões de informações podem acontecer interferências, também conhecidas com *ruídos*. A Teoria de Códigos tem como objetivo principal detectar e corrigir o maior número de erros possível para transmitir informações de forma eficiente [4]. Tal teoria foi criada por Shannon, em 1948, no artigo *"Mathematical Theory of Communication"* [6] e tem aplicações práticas em tecnologia da informação.

Os códigos para canais de leitura de pares de símbolos foram abordados inicialmente por Cassuto e Blaum [1], em 2011, e estendidos posteriormente, por Yaakobi, Bruck e Siegel [7, 8], para códigos de $b$-símbolos. Essa abordagem foi motivada por limitações do processo de leitura em um sistema de armazenamento com alta densidade de dados armazenados [8]. Este trabalho exibe alguns tópicos estudados na dissertação de Mestrado [4].

Tradicionalmente, na teoria clássica de códigos, os vetores com ruídos são escritos e lidos símbolo a símbolo. Nos códigos de canais de leitura de $b$-símbolos os vetores são lidos em blocos de $b$ símbolos consecutivos como definido em [1, 7, 8]. Sejam $\mathcal{C}$ um $(n, d_H)$-código sobre o alfabeto $\mathcal{A}$ e $b \in \mathbb{N}$, com $2 \leq b < n$. Para $b \geq 2$, o vetor de $b$-símbolos correspondente ao vetor $x = (x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) \in \mathcal{A}^n$ é definido como

$$\pi_b(x) = [(x_0, \ldots, x_{b-1}), \ldots, (x_{n-1}, x_0, \ldots, x_{b-2})] \in \left(\mathcal{A}^b\right)^n. \tag{1}$$

No caso $b = 2$, também chamamos $\pi_2(x)$ de vetor de pares de símbolos. O código de leitura de $b$-símbolos de um código $\mathcal{C}$ é $\pi_b(\mathcal{C}) = \{\pi_b(c); c \in \mathcal{C}\}$. Para $b = 2$, também chamamos $\pi_2(\mathcal{C})$ de código de leitura de pares de símbolos.

O primeiro resultado exibido em [1, 7, 8] compara o peso de $b$-símbolos com a peso de Hamming. Dados $x, y \in \mathcal{C}$, com $0 < d_H(\mathcal{C}) \leq n - (b-1)$, tem-se

$$d_H(\mathcal{C}) + b - 1 \leq d_b(\mathcal{C}) \leq b \cdot d_H(\mathcal{C}), \tag{2}$$

com $d_H$ a distância de Hamming e $d_b$ o $b$-peso do vetor. Verifica-se que o código intercalado $\mathcal{C}$ obtido intercalando $b$ códigos binários de mesmo comprimento é um exemplo de código de $b$-símbolos que possui distância mínima de $b$-símbolo exatamente $b \cdot d_H(\mathcal{C})$.

Apesar de um erro em um vetor de $b$-símbolos poder significar erros em todas as $b$ entradas de uma coordenada, a capacidade de correção de um código de $b$-símbolos é mantida [8]. Um código $\mathcal{C}$ pode corrigir até $t$ erros de $b$-símbolos se, e somente se,

$$d_b(\mathcal{C}) \geq 2t + 1. \tag{3}$$

[1] s209376@dac.unicamp.br
[2] marines@ufv.br

 © 2023 SBMAC

Em [4], exibimos a Cota de Singleton para um código de $b$-símbolos e definimos o que é um código de $b$-símbolos MDS como em [2, 3] e mostramos alguns códigos de pares de símbolos que satisfazem essa condição.

Uma importante etapa na Teoria de Códigos Corretores de Erros é a decodificação. Descreveremos o *algoritmo de decodificação por síndrome* proposto por [5] que utiliza a *síndrome de pares* e *síndrome do símbolo vizinho* para desenvolver um algoritmo de decodificação capaz de decodificar códigos lineares binários. Este algoritmo é capaz de corrigir até $t$ pares de erros, com

$$t \leq \lfloor (d_P(\mathcal{C}) - 1)/2 \rfloor. \tag{4}$$

## Agradecimentos

Agradeço a CAPES pelo auxílio financeiro fornecido para o desenvolvimento da dissertação de mestrado [4].

## Referências

[1] Y Cassuto e M. Blaum. “Codes for symbol-pair read channels”. Em: **IEEE Trans. Inf. Theory** 57.12 (2011), pp. 8011–8020. DOI: 10.1109/TIT.2011.2164891.

[2] Y. M. Chee et al. “Maximum distance separable codes for symbol-pair read channels”. Em: **IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings** 59.11 (2013), pp. 7259–7267. DOI: 10.1109/TIT.2013.2276615.

[3] B. Ding, T. Zhang e G. Ge. “Maximum distance separable codes for b -symbol read channels”. Em: **Finite Field and Their Aplications** 49 (2018), pp. 180–197. DOI: 10.1016/j.ffa.2017.10.002.

[4] S. F. M. Faria. “Códigos para canais de leitura de pares de símbolos e de b-símbolos”. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Viçosa, 2019.

[5] M. Hirotomo, M. Takita e M. Morii. “Syndrome decoding of symbol-pair codes”. Em: **2014 IEEE Information Theory Workshop (ITW 2014)**. 2014, pp. 162–166. DOI: 10.1109/ITW.2014.6970813.

[6] W. C. Huffman e V. Pless. **Fundamentals of Error-Correcting Codes**. 1a. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

[7] E Yaakobi, J. Bruck e P. H. Siegel. “Decoding of cyclic codes over symbol-pair read channels”. Em: **IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings** (2012), pp. 2891–2895. DOI: 10.1109/ISIT.2012.6284053.

[8] E Yaakobi, J. Bruck e P. H. Siegel. “Constructions and decoding of cyclic codes over b-symbol read channels”. Em: **IEEE Trans. Inf. Theory** 62.4 (2016), pp. 1541–1551. DOI: 10.1109/TIT.2016.2522434.

 © 2023 SBMAC