

Modelagem matemática da quantidade de álcool no sangue

Andres David Báez Sanchez Ricardo Nazar Rodrigues*

Departamento de Matemática, UTFPR,
80230-901, Curitiba, PR

E-mail: adavidbaez@gmail.com, ricnr.10@hotmail.com,

RESUMO

Suponha que haja a necessidade do consumo de determinada quantidade de uma substância, porém esse produto em excesso no organismo causa sintomas colaterais ou até leva a morte. Frente a isso, é natural pensar em como se dá a eliminação em relação à ingestão com o objetivo de quantificar a substância no organismo no tempo t e evitar que ela exceda o limite.

Uma das ferramentas para modelar esse problema Biomatemático, são as equações diferenciais. Elas tem sido usadas para modelar desde problemas de dinâmica populacional até crescimento de tumores entre outros problemas [2], [1]. Muitos destes modelos não tem soluções analíticas sendo necessário o auxílio de Métodos Numéricos, um exemplo é o método de Runge-Kutta, para a obtenção de resultados.

O consumo de álcool é um caso particular do problema mais geral do processamento e controle de substancia perigosas, mas em comparação com outros problemas, há mais estudos e trabalhos nesta área incluindo alguns modelos matemáticos para a variação da concentração de álcool baseados em equações diferenciais. Porém, a ingestão e eliminação simultânea de álcool não tem sido considerada amplamente nestes modelos. Considerar estes fatores na modelagem do problema é relevante, pois levaria a uma melhor compreensão e controle da variação da quantidade de álcool no sangue.

Na literatura consultada sobre os modelos matemáticos para a dinâmica do álcool no sangue, encontramos dois artigos relevantes que apesar de comentar sobre as três fases do consumo (Absorção, Metabolização e Excreção), não as consideram completamente no modelo. No artigo [4] são consideradas duas equações da seguinte forma:

$$\frac{dA}{dt} = -k_1 A \quad (1)$$

$$\frac{dB}{dt} = k_1 A - k_2 B \quad (2)$$

Onde A e B são funções da quantidade de álcool no estômago, e no sangue, respectivamente, k_1 uma constante de absorção do estômago e k_2 uma constante de eliminação de álcool do sangue. Este modelo considera duas etapas de ingestão (estômago e sangue) mas supõe uma taxa de eliminação em sangue proporcional a quantidade de álcool presente no estomago, o que não é necessariamente realista. Em [3], se considera apenas a segunda etapa da seguinte forma:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{\alpha x_1}{x_1 + \beta^b} \quad (3)$$

Onde x_1 é a função da quantidade de álcool no sangue e as constantes b , α e β relativas à taxa de gênero, parâmetro relacionado ao fígado e ao pâncreas, respectivamente. Este artigo é relevante, pois

*Estudante de Graduação

usando a função racional $-\frac{\alpha x_1}{x_1 + \beta^b}$, é possível supor taxa de eliminação limitada por α , o que faz mais sentido do que a taxa de eliminação proporcional à quantidade de álcool.

Com base nesses dois artigos vamos considerar o seguinte modelo que além de incluir as duas fases no processo de consumo, e considerar uma taxa de eliminação em sangue limitada usando uma função racional, também levando em conta a função de ingestão, de seguinte forma:

$$\frac{dA}{dt} = -k_0 A + I(t) \tag{4}$$

$$\frac{dB}{dt} = k_1 A - \frac{k_2 B}{k_3 + B} \tag{5}$$

Onde I é uma função de ingestão, A e B são funções da quantidade de álcool no estômago e sangue, k_0, k_1, k_2 e k_3 são constantes de eliminação de álcool no estômago, absorção de álcool no sangue, eliminação máxima de álcool no sangue e da dissolução de álcool no sangue, respectivamente. Para a validação visual foi usado o Método Numérico Runge-Kutta de quarta ordem. Implementado em *MatLab* com o uso de *scripts*, material complementar. Na *Figura 1* são expostas duas políticas de ingestão tendo a constante de eliminação de álcool do estômago como $k_0 = 0.8$ e as constantes de absorção $k_1 = 0.75$, de eliminação $k_2 = 2.5$ e dissolução $k_3 = 5$ de álcool no sangue, com pontos espaçados em 0.001, sendo esses valores definidos arbitrariamente para a visualização do modelo. Na *Figura 1* são indicadas em verde a função de ingestão, em azul a função da quantidade de álcool no estômago e em vermelho a quantidade de álcool no sangue.

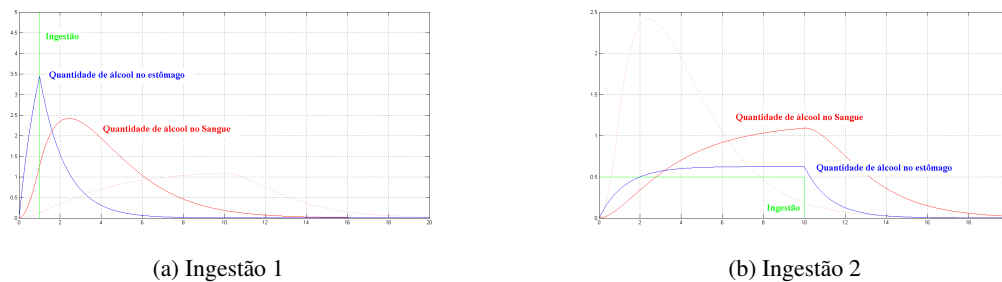


Figura 1: Diferentes formas de ingestão.

Esses testes foram realizados tomando como base que a integral da ingestão no intervalo $[0, 20]$, que simboliza a quantidade ingerida, é constante e igual a 5 unidades de álcool. Simulado na *Figura 1* duas formas constantes de ingestão sendo que em 1a é tida uma ingestão de 5 unidades de álcool durante uma unidade de tempo e em 1b uma ingestão de 0.5 unidades de álcool durante 10 unidades de tempo. Note que na figura 1a a quantidade de álcool máxima é maior do que na 1b, entretanto se o impacto for calculado acima de 0.1, não é tão clara qual a melhor forma de consumo. Para quantificar esses valores utilizaremos em trabalhos futuros métodos de integração numérica com o objetivo de solucionar essa questão.

Palavras-chave: *Equações Diferenciais, Biomatemática, Modelagem Matemática*

Referências

- [1] L. Edelstein-Keshet, “Mathematical Models in Biology”, SIAM, Philadelphia, 2005.
- [2] D. G. Figueiredo, A. F. Neves, “Equações diferenciais aplicadas”, IMPA, Rio de Janeiro, 2008.
- [3] S. J. Kouba, M. B. M. Elgindi, R. W. Langer, Exploring Mathematical Models for Calculating Blood Alcohol Concentration, *National Science Foundation*, 144-2974/92974.
- [4] C. Ludwin, Blood Alcohol Content, *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling*, 3 (2011).