Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Otimização por meio do método misto para aproximação de raízes de função

Laura Camila Cardoso Rodrigues[1] Lúcio Paulo Fernandes de Queiroga[2]
Matheus da Silva Menezes[3]
DCME/UFERSA, Mossoró, RN

Muitos profissionais têm a necessidade de tomar decisões assertivas em pouco tempo de trabalho. De acordo com [1], diferentemente das funções de segundo grau que determinamos f(x) de forma simples e exata, com as funções transcendentes essa resolução deixa de ser simples. Portanto, para determinar um valor x de função de modo $f(x) = 0$, os métodos matemáticos aplicados à linguagem computacional tornam esse processo prático e rápido. Para isso, de acordo com [2], eles utilizam o intervalo inicial tendo comprovado a unicidade da raiz, de forma que as estratégias de refinamento aproximam esses valores da raiz tornando-os aceitáveis. A técnica para realizar tal procedimento consistem em duas etapas:

- Etapa 1: Determinar o intervalo da função que comprove a unicidade da raiz.
- Etapa 2: Aprimorar para um valor aproximado, considerando a precisão estabelecida.

O objetivo central é comparar o método misto, analisando a eficiência e eficácia com relação ao método de Newton e falsa posição, com base em parâmetros de tempo, número de iterações e o valor aproximado da raiz. Para a realização da Etapa 1, usa-se o teorema 4.1.1 descrito em [3] .

A etapa 1 é um processo comum à qualquer metodologia de refinamento, objetiva estudar o comportamento da função e compreender em quais intervalos a função $f(x) = 0$. O foco é aplicar na função valores do intervalo, obedecendo o tabelando para cada x e $f(x)$, de modo que se obtenha um resultado aceitável. Em seguida, é realizado o refinamento, buscando obter a convergência para a raiz, sendo esses métodos descritos abaixo:

- Newton (NW): é uma técnica que aproxima a raiz da função com base na equação de iteração descrita como: $X_{k+1} = X_k - \frac{f(X_k)}{f'(X_k)}$ de forma que, $\phi(x)$ na qual; $|\phi'(\epsilon)| = 0$.
- Falsa Posição (FP): Esse método aproxima a raiz analisando o comportamento da função e extraindo o resultado da média aritmética ponderada do intervalo [a, b]. Utiliza-se como pesos |f(b)| e |f(a)|, como demonstrado na função $X_k = \frac{(a|f(b)|+b|f(a)|)}{(|f(b)|+|f(a)|)} = \frac{(af(b)+bf(a))}{(f(b)-f(a))}$.
- Misto: Essa estratégia é a união dos métodos anteriores e possui o mesmo objetivo. Funciona de forma cíclica onde é aplicado, em primeiro passo, o método NW para obter o resultado x_1^N. Então, atualiza-se o intervalo $(f(a)f(x_1^N) < 0 \Rightarrow b = x_1^N, \text{senão } a = x_1^N)$ e aplica-o no método da FP, obtendo x_2^F. Logo, esse novo resultado será utilizado na próxima iteração e os métodos continuarão sendo intercalados até que X_n seja menor que a precisão ou que obedeça o critério de parada estabelecido por $|x_{mF} - x_{mN}| \leq$ erro [2].

As implementações foram realizadas em Python 3 rodados em ambiente Microsoft Windows 11 com 64bits, a máquina conta com o Ryzen 7 3700U de 2.30 Ghz e 8Gb de memória RAM. É utilizado o mesmo critério de parada para os métodos, bem como a precisão de $\epsilon = 10^{-5}$ ou o máximo de 500 iterações, além de que foi adotado como raiz inicial o ponto médio do intervalo.

[1]laura.rodrigues@alunos.ufersa.edu.br
[2]lucio.queiroga@alunos.ufersa.edu.br
[3]matheus@ufersa.edu.br

Tabela 1: Equações e Resultados Comparativos dos Métodos Matemáticos.

Método	Raiz	Iter	Tempo	Método	Raiz	Iter	Tempo
Newton	1,99999	27	$3,55599x10^{-4}$	Newton	-0,92956	10	$3,15309x10^{-3}$
Falsa Pos.	1,82355	500	$4,45509x10^{-3}$	Falsa Pos.	0,69871	500	$0,01880x10^{-2}$
Misto	1,99133	23	$2,47400x10^{-4}$	Misto	-0,92956	15	$2,67850x10^{-3}$

$f_1(x) = x^5 + 2x^4 - 9x^3 + 22x^2 + 4x = 0,\ x \in [0, 5]$

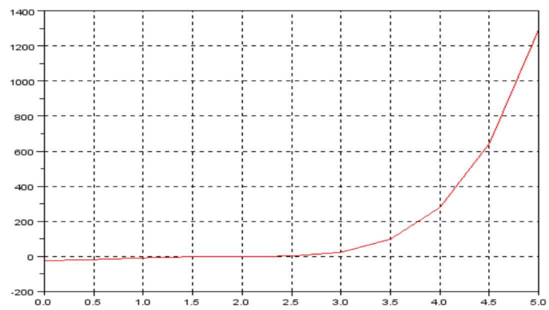

Gráfico 1: Comportamento de $f_1(x)$ [4]

$f_2(x) = 5x^3 + 2x^2 - e^{-2x} + \cos(x) + 20 = 0,\ x \in [-5, 5]$

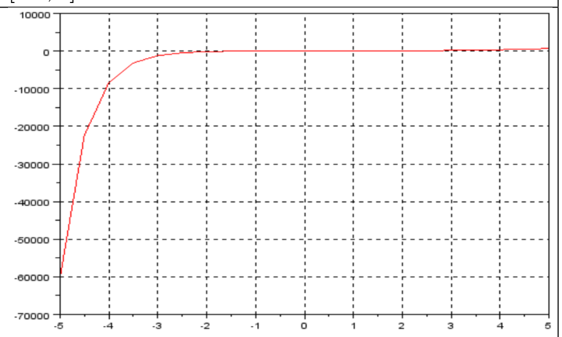

Gráfico 2: Comportamento de $f_2(x)$ [4]

Após a implementação de todos os métodos nas equações e apuração dos resultados apresentados na tabela 1, percebe-se que apenas dois métodos alcançaram o resultado esperado. Para a equação 1 e usando os parâmetros de comparação já citados, conclui-se que os métodos misto e Newton foram eficazes. Ao observar exclusivamente esses métodos para determinar sua eficiência, existem dois parâmetros adotados: número de iterações e tempo. Com os resultados obtidos através da equação 1, conclui-se que o método misto teve uma quantidade menor de iterações e tempo gasto no processamento quando comparado ao método de Newton, sendo o mais eficiente quando desenvolvidos pela equação 1. De mesmo modo, ao analisar à equação 2 e com base nos mesmos critérios de comparação, conclui-se que Newton se apresenta mais eficiente que o misto com relação ao número de iterações e vice-versa quando se compara ambos os métodos com relação ao tempo de processamento. O método do falsa posição não conseguiu atingir a aproximação, sendo assim ineficaz e ineficiente para as funções estudadas quando comparado aos demais métodos abordados. Por fim, a hibridização proposta no método misto mostrou-se competitiva, mostrando assim a viabilidade da estratégia proposta.

Referências

[1] I. J. Sanches. "Métodos numéricos". Dissertação de mestrado. UFPR, 2007.

[2] N. B. Franco. **Cálculo numérico**. 3a. ed. São Paulo: Pearson, 2006. ISBN: 9788576050872.

[3] F. J. A. Aquino. **Tópicos de métodos numéricos com scilab**. ed. única. Rio de Janeiro: PoD, 2020.

[4] R. R. J. Ribeiro, M. S. Menezes e I. Mezzomo. "Métodos numéricos para aproximação de raízes de funções". Em: **CMAC Nordeste** (2012), pp. 2317–3297.

