

Utilização de aprendizado de máquinas na identificação de campos vetoriais em sistemas p-fuzzy de Verhulst



Gislaine de Oliveira Queiroz¹; João Batista Florindo¹; Estevão Esmi Laureano¹

¹Universidade Estadual de Campinas

Email: g155579@dac.unicamp.br; florindo@unicamp.br; eesmi@unicamp.br



XLIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL

Introdução

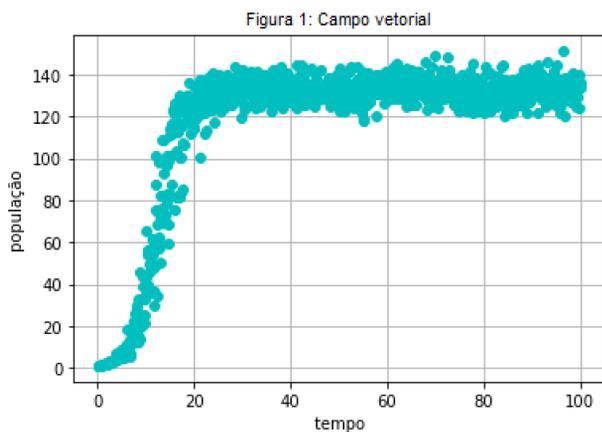
Propor uma modelagem para um campo vetorial de um sistema dinâmico costuma ser um desafio importante e complexo na prática pois, em muitas situações, pode ser difícil chegar a um consenso sobre as variáveis a serem utilizadas, além de haver incertezas intrínsecas ao problema. Visando uma alternativa para esta questão, o presente trabalho propõe a utilização de um sistema de base de regras fuzzy (SBRF), cujas regras são obtidas com o auxílio de um método de aprendizado de máquinas para clusterização, K-means.

Métodologia

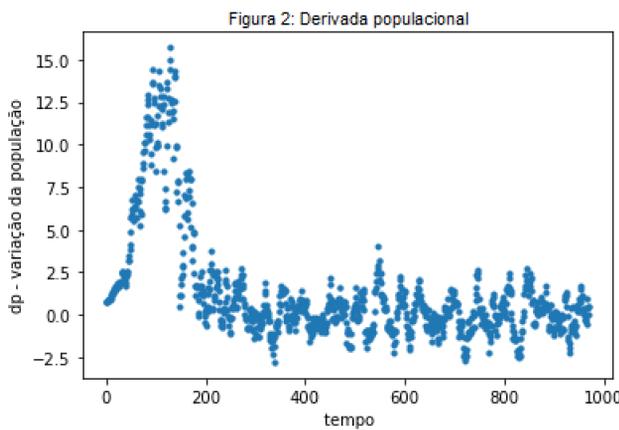
Como resultado preliminar da dissertação de mestrado, realizamos a aplicação do método à curva logística, uma vez que esta é amplamente conhecida, possibilitando assim verificar a qualidade e coerência dos resultados. Assim, partimos da solução do PVI do modelo de crescimento populacional de Verhulst tradicional, descrita por:

$$P(t) = \frac{P_0 * P_\infty}{(P_\infty - P_0)e^{-rt} + P_0}, \quad (1)$$

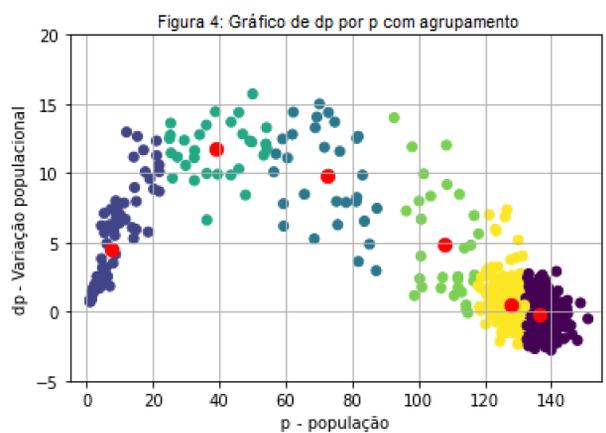
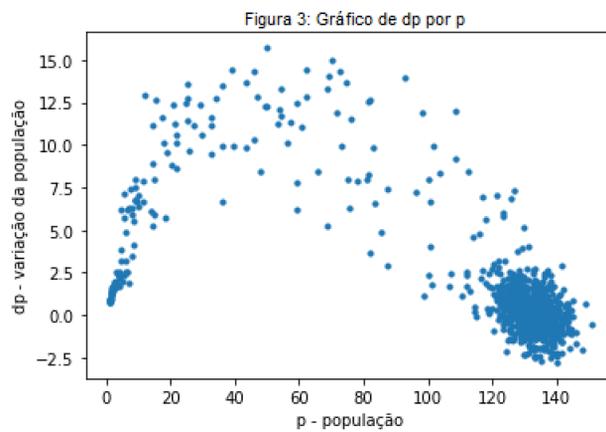
em que P_∞ é a capacidade de suporte do meio, P_0 a população inicial e r a taxa de crescimento específico. Com o intuito de gerar um campo vetorial, adicionamos ruído às variáveis P_∞ e r . No exemplo da Figura 1 usamos inicialmente $P_\infty = 133$ e $r = 0,4$.



Em posse do campo vetorial que representa um crescimento populacional, calculamos a sua derivada temporal, utilizando o coeficiente angular fornecido pelo método de mínimos quadrados, obtendo assim a Figura 2, e posteriormente, plotamos um gráfico relacionando a derivada populacional no tempo com a população, obtendo assim a Figura 3.



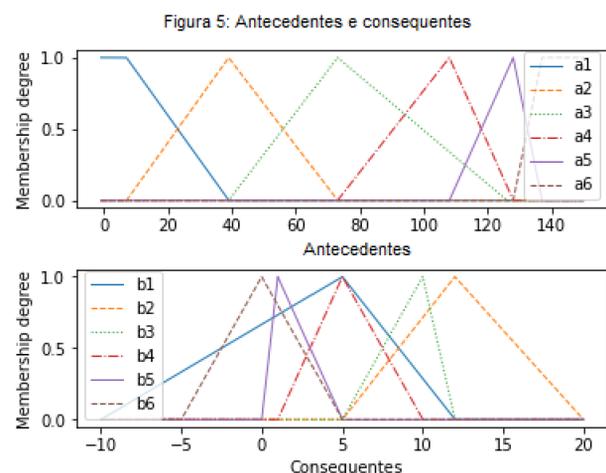
Agora, com os dados referentes ao campo populacional e sua derivada, podemos relacioná-los, de forma que chegamos ao gráfico da Figura 3.



Com os dados da Figura 3, realizamos a clusterização dos dados, que pode ser observada na Figura 4. Para tal, utilizamos o método de K-means, com $K = 6$ [2], cujas projeções nos eixos horizontais e verticais fornecem os conjuntos fuzzy dos antecedentes e consequentes, respectivamente [1], descritos na Figura 5. Estes conjuntos foram associados de acordo com o sistema de base de regras fuzzy conjuntivas, que são do tipo:

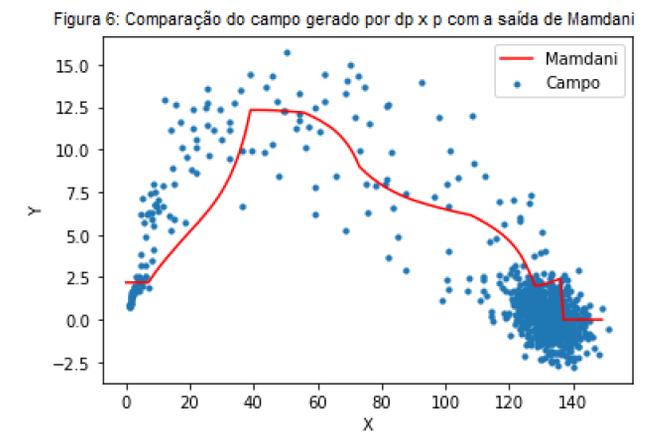
$$\text{“Se } x \text{ é/está } A_i \text{ então } y \text{ é/está } B_i''$$

Com $i = 1, \dots, k = 6$, gerando assim, um conjunto de seis regras fuzzy, cujo módulo de inferência será dado por Mamdani [3] e a defuzzificação ocorrerá pelo método do centro de massa. Por fim, esperamos que a saída fuzzy fornecida pelo SBRF seja uma parábola razoavelmente semelhante à da Figura 3, indicando que o método funcionou, e possibilitará uma solução para o campo vetorial inicial, descrito na Figura 1.



Resultados

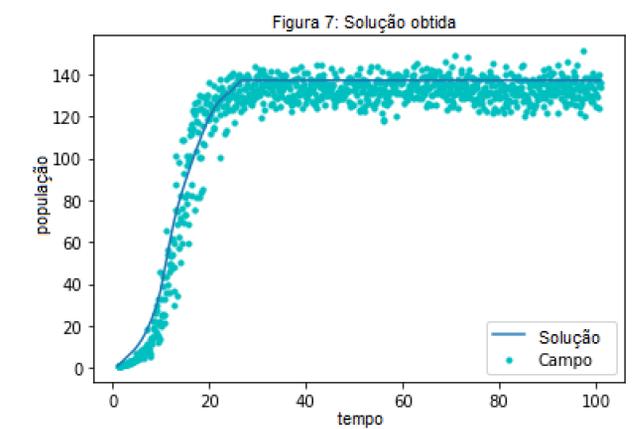
Assim, obtivemos a saída que aproxima o campo de formato parabólico ilustrada na Figura 6.



Deste modo, uma vez que a saída do método de Mamdani está dentro do campo de dispersão ilustrado na Figura, podemos esperar que a saída faça um ajuste razoável do campo original, referente a Figura 1. Logo, contaremos com o auxílio do método numérico de Euler 2, para obter a aproximação do campo vetorial inicial. Para isso, utilizamos $t = 0, 1$, $x_0 = 1$ e y_n que é a saída do sistema de base de regras fuzzy.

$$x_{n+1} = x_n + y_n * h \quad (2)$$

Como resultado, obtivemos o gráfico da Figura 7, que nos possibilita visualizar o ajuste obtido em comparação ao campo original.



Utilizamos então o RMSE (*Root Mean Square Error* - Raiz do Erro Quadrático Médio), como medida para verificar a qualidade do ajuste resultante do método, de modo que obtivemos $RMSE = 8,35$, mostrando assim que o resultado foi razoável.

Os próximos passos consistem em estudar a viabilidade de melhorar a saída fuzzy fornecida pelo método de Mamdani, além de realizar aplicações com a utilização de dados reais, como os de mortalidade da Covid-19.

Referências

- [1] Barros, Laécio Carvalho; Bassanezi, Rodney Carlos; Lodwick, Weldon Alexander. First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics. **Springer**, 2016.
- [2] Bishop, Christopher M; Nasrabadi, Nasser M. Pattern recognition and machine learning. **Springer**, v. 4, n. 2, 2006.
- [3] Mamdani, Ebrahim H; Assilian, Sedrak. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. **Elsevier**, v. 7, n. 1, p. 1-13, 1975.