

# Dinâmica de uma Vela Solar em Condições Ressonantes com Perturbação da Pressão de Radiação Solar. Caso de Mercúrio e Terra

João Pedro F. Agostinho,<sup>1</sup> Tadashi Yokoyama,<sup>2</sup> Victor Hugo Mota,<sup>3</sup> Jean Paulo S. Carvalho,<sup>4</sup> Marcelo D. Marchesin<sup>5</sup>  
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP-Rio Claro

A dinâmica de uma sonda sob efeito do achatamento do planeta hospedeiro, pressão de radiação solar (PRS) e ainda de um terceiro corpo, é um antigo problema, exaustivamente estudado, sob vários pontos de vista. Em [1] temos uma pequena amostra da extensa literatura nesse assunto. No presente trabalho, entre outros objetivos, damos atenção a existência de dupla ressonância envolvendo variáveis de longo período da sonda  $w$  (argumento do pericentro),  $\Omega$  (longitude do nodo) e  $l_{\odot}$  (anomalia média do sol). Dupla ou tripla ressonância desta natureza, em geral, raramente (ou nunca) são estudados. Neste tipo de problema, é inevitável montar e trabalhar em primeiro plano, com o sistema médio da dinâmica da sonda, pois as ressonâncias em questão se referem a frequências de longo período e não de movimento médio da sonda. No entanto, sempre que possível, deve-se monitorar os resultados do sistema médio, comparando-os com aqueles do sistema exato. Dada a quantidade enorme de simulações necessárias, tomamos um número limitado de termos do potencial do achatamento, pois no sistema exato, estes cálculos são muito lentos. Assim, nosso modelo comporta os zonais  $J_2, J_3, J_4, J_5$  e os tesserais  $C_{22}, S_{22}, C_{31}, S_{31}$ . Para incluir o efeito da PRS, usamos uma clássica aproximação, extremamente simplificadora (maiores detalhes estão em [2]).

Inicialmente tomamos o problema de uma sonda de Mercúrio, onde o efeito do Sol e também o da PRS são muito fortes devido a distância Mercúrio-Sol. Mostramos que o sistema médio e o exato têm uma excelente concordância para valores de  $\beta \leq 1 \times 10^{-5}$ , porém para valores maiores de  $\beta$  é nítida a degradação deste acordo a medida que o tempo de simulação aumenta. Na Figura 1 mostramos tal cenário, comparando o sistema exato (preto) e o médio (vermelho) através de um diagrama  $w \times e$  para dois casos, (a)  $\beta = 1 \times 10^{-5}$  e (b)  $\beta = 9 \times 10^{-5}$  durante um período de 1000 anos. O sistema médio exhibe claramente várias combinações das variáveis de longo período ( $w, \Omega$  e  $l_{\odot}$ ). No entanto, como o período orbital do Sol é de apenas 88 dias, esta frequência é muito maior quando comparada as de  $w$  e  $\Omega$  de uma sonda de Mercúrio. Assim, duplas ressonâncias neste problema não ocorrem ou são desprezíveis. Porém, no caso da Terra, temos importantes ressonâncias do tipo  $k_1 w + k_2 \Omega + k_3 l_{\odot}$  com  $k_i = \pm 1$ . A Figura 2 ilustra o caso típico de dupla ressonância:  $R_1 = w + \Omega - l_{\odot}$  e  $R_2 = w - \Omega + l_{\odot}$ . Estas duas podem ocorrer simultaneamente quando  $a = 10205,0186$  km,  $e = 0,2556$ , e  $I = 116,5650^\circ$ . Na Figura 2(a), mostramos a excentricidade e os ângulos ressonantes de dois satélites distintos, em preto temos um satélite em ressonância  $R_1$  e em vermelho outro satélite em ressonância  $R_2$ . Em ambos os casos  $e$  é estável e os ângulos ressonantes ( $R_1$  e  $R_2$ ) libram durante toda a simulação. Porém, quando o satélite é submetido em condições de dupla ressonância, ambas librações são destruídas e a dinâmica se torna completamente irregular

<sup>1</sup>j.agostinho@unesp.br

<sup>2</sup>tadashi.yokoyama@unesp.br

<sup>3</sup>victor.mota@unesp.br

<sup>4</sup>jean.carvalho@ufrb.edu.br

<sup>5</sup>marchesin@ufmg.br

(Figura 2(b)). Todas as simulações foram realizadas utilizando o integrador numérico RADAU escrito em FORTRAN.

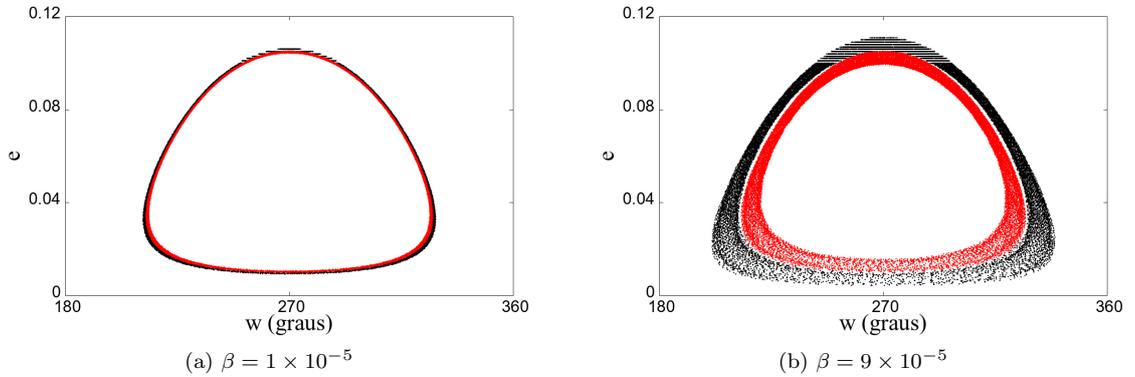


Figura 1: Comparação sistema exato (preto) e sistema médio (vermelho).

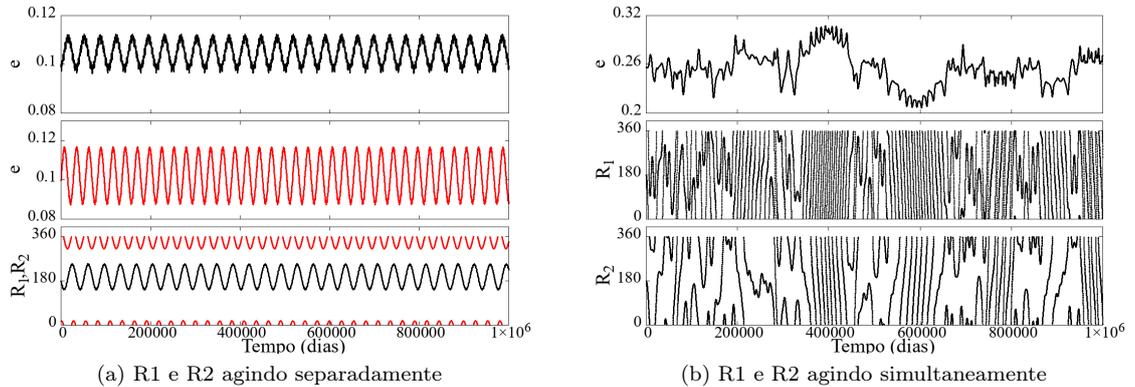


Figura 2: A esquerda temos dois satélites distintos em ressonâncias isoladas, em preto  $R_1$  está agindo e em vermelho  $R_2$  está agindo. A direita temos apenas um satélite no caso de dupla ressonância.

Ao longo deste trabalho, identificamos ao todo sete ressonâncias duplas envolvendo os termos  $w$ ,  $\Omega$  e  $l_{\odot}$  para satélites terrestres. Em todos estes casos, presenciamos o mesmo comportamento do satélite acima, ou seja, quando as ressonâncias agem isoladamente temos uma dinâmica estável, mas se as ressonâncias agem simultaneamente, a dinâmica se torna instável. Enfatizamos que todas as ressonâncias duplas foram identificadas tanto no sistema médio quanto no exato.

## Referências

- [1] J. P. S. Carvalho, T. Yokoyama e D. C. Mourão. “Single-averaged model for analysis of frozen orbits around planets and moons”. Em: **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy** 134.35 (2022), pp.1–30. DOI: 10.1007/s10569-022-10092-6.
- [2] E. Tresaco, A. Elife e J. P. S. Carvalho. “Frozen orbits for a solar sail around Mercury”. Em: **Journal of Guidance, Control, and Dynamics** 39.7 (2016), pp. 1659–1666.