Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 10, n. 1, 2023.

Trabalho apresentado no XLII CNMAC, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - Bonito - MS, 2023

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Formulação matemática para o problema de corte de estoque unidimensional com data de entrega

Daniel José Schulmeister[1] Kelly Cristina Poldi[2]
IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

O Problema de Corte de Estoque (PCE) tem sido amplamente estudado nos últimos 60 anos, dada a sua importância teórica e aplicabilidade em diversas áreas. Um PCE consiste em determinar a melhor maneira de cortar objetos e produzir itens menores, satisfazendo demandas conhecidas *a priori*. O objetivo deste problema de otimização é, usualmente, a minimização da quantidade de objetos utilizados ou do desperdício de matéria-prima. O estudo pioneiro sobre PCEs foi desenvolvido por Kantorovich [1], em 1939, propondo a primeira formulação para o caso unidimensional. A seguir, surgem as publicações clássicas de Gilmore e Gomory [2, 3] que apresentaram formulações lineares inteiras para o PCE e metodologias eficientes de solução.

Com os avanços nas ciências, tem sido possível considerar variações nos modelos a fim de torná-los cada vez mais próximos às situações práticas. Uma dessas variações é o Problema de Corte de Estoque com Data de Entrega (PCEDE) no qual se combina o objetivo de minimizar o desperdício de material e um termo que penaliza os possíveis atrasos na etapa de cortagem.

Em busca por literatura mais recente, encontramos o trabalho de Li [4] que apresentou modelos e heurísticas para o PCEDE bidimensional com pedidos heterogêneos. Reinertsen e Vossen [5] abordaram o problema para o caso unidimensional e apresentaram uma metodologia de solução por geração de colunas, na qual os problemas *pricing* foram modelados como um problema de caminho mínimo. Arbib e Marinelli [6] designaram padrões de corte a períodos de produção em um esquema de refinamento de intervalos, a fim de determinar o atraso exato de cada pedido. Um modelo pseudo-polinomial foi elaborado por Braga et al. [7], como um problema de fluxo de custo mínimo, juntamente com um problema de programação inteira que estabelece a sequência de utilização dos padrões de corte para um período de produção.

O PCEDE unidimensional pode ser descrito da seguinte maneira: consideremos um horizonte de planejamento finito dividido em T períodos, representados pelo índice $t = 1, \ldots, T$. Para cada período t, temos estoque de K diferentes tipos de objetos, disponíveis em quantidade limitada, denotada por e_{kt}, $k = 1, \ldots, K$, $t = 1, \ldots, T$, de comprimentos L_k.

Esses objetos devem ser cortados em itens menores, de comprimentos ℓ_i, $i = 1, \ldots, M$. As demandas dos itens ocorrem em períodos, b_{it}, $i = 1, \ldots, M$, $t = 1, \ldots, T$, e são conhecidas *à priori*. O número de padrões de corte possíveis para o k-ésimo tipo de objeto é indicado por N_k, $k = 1, \ldots, K$. Em cada período t, temos associado uma capacidade de produção, representada pelos parâmetros C_t, que pode representar, por exemplo, o tempo total disponível para execução dos planos de corte. Adicionalmente, o parâmetro λ_{jk} indica o recurso gasto (por exemplo, tempo) para executar um padrão de corte j em um objeto tipo k, $j = 1, \ldots, N_k$, $k = 1, \ldots, K$.

A quantidade de objetos do tipo k cortados conforme o padrão de corte j no período t é representada nas variáveis de decisão x_{jkt}. Os atrasos na produção dos itens demandados podem ser causados pela falta de matéria-prima (estoque de objetos) ou pela limitação na capacidade em algum período. Assim, no modelo de programação linear inteira proposto, introduzimos variáveis,

[1] danielschul18@gmail.com
[2] kelly@ime.unicamp.br

y_i^- e y_i^+, que permitem que itens possam ser produzidos com atraso ou com antecipação, respectivamente. O modelo considera, também, o balanceamento do estoque de objetos por meio da variável s_{kt}, que transfere ao período $t+1$ a quantidade de objetos tipo k não utilizados no período t. A quantidade de itens tipo i em atraso no período t é valorada na função objetivo por meio de um termo de penalização ω_{it}.

Duas características do modelo podem contribuir para que a otimalidade seja atingida somente após grande esforço computacional: a integralidade das variáveis de decisão e o grande número de variáveis quando consideramos instâncias com dezenas ou centenas de tipos de itens distintos. Nesses casos, o número de padrões de corte pode ser até da ordem de milhões. Para contornar essas dificuldades, utilizamos a abordagem de solução clássica de geração de colunas de Gilmore e Gomory [2, 3].

O método é iniciado resolvendo a relaxação linear do problema mestre com apenas os padrões de corte homogêneos. Em seguida, para cada período t e tipo de objeto k, é gerada uma coluna obtida como solução do problema *pricing*. O procedimento é repetido até que não haja mais colunas atrativas para melhorar a solução básica. A seguir, tornamos todas as variáveis associadas à todas as colunas que foram geradas durante o processo como inteiras e resolvemos o problema de programação linear inteira por um *solver*. As implementações foram feitas em Julia/JuMP com o *solver* CPLEX. Teste computacionais foram realizados em um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente, com base em geradores da literatura.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq (131382/2021-7) e à FAPESP (2016/01860-1).

Referências

[1] L. V. Kantorovich. "Mathematical methods of organizing and planning production". Em: **Management Science** 6.4 (1960), pp. 366–422.

[2] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. "A linear programming approach to the cutting-stock problem". Em: **Operations Research** 9.6 (1961), pp. 849–859. DOI: 10.1287/opre.9.6.849.

[3] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. "A linear programming approach to the cutting stock problem-part II". Em: **Operations Research** 11.6 (1963), pp. 863–888.

[4] S. Li. "Multi-job cutting stock problem with due dates and release dates". Em: **The Journal of the Operational Research Society** 47.4 (1996), pp. 490–510. ISSN: 01605682, 14769360.

[5] H. Reinertsen e T. W. M. Vossen. "The one-dimensional cutting stock problem with due dates". Em: **European Journal of Operational Research** 201.3 (2010), pp. 701–711. ISSN: 0377-2217. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.03.042.

[6] C. Arbib e F. Marinelli. "On cutting stock with due dates". Em: **Omega** 46 (2014), pp. 11–20. ISSN: 0305-0483. DOI: https://doi.org/10.1016/j.omega.2014.01.004.

[7] N. Braga, C. Alves, R. Macedo e J. V. de Carvalho. "Exact solution of combined cutting stock and scheduling problems". Em: **Computational Management Science**. Springer International Publishing, 2016, pp. 131–139. ISBN: 978-3-319-20430-7.