

Modelagem matemática da dinâmica de recifes de corais

Elis Alves Braga,¹ Claudia Mazza Dias²

IM-UFRJ, Nova Iguaçu, RJ

A degradação dos recifes de corais é uma grande preocupação ambiental já que pode causar o desequilíbrio do ecossistema marinho, para o qual os recifes exercem funções como a defesa costeira contra tempestades, conservação da pesca e da biodiversidade marinha [1]. Sabe-se que os recifes de corais vêm sofrendo graves ameaças em relação à abundância, diversidade, habitat, estrutura e funcionamento. Dentre os fatores que os afetam, destacam-se: o aquecimento global, as atividades humanas, como a pesca [2], e até mesmo a invasão de espécies exóticas. Um exemplo, é a ocorrência do Coral-sol (gênero *Tubastraea*, espécie de *T. coccinea*), invasor amplamente distribuído na costa brasileira, ocorrendo tanto em ambientes naturais quanto em artificiais, como píeres, boias e plataformas de petróleo [3], e que já vêm causando impactos no Brasil. Neste trabalho, foi analisado o modelo proposto por Mumby *et al.* [4], para o qual, através da teoria de sistemas dinâmicos, foi estudado o equilíbrio e a estabilidade do sistema a partir dos estudos de Li *et al.* [5]. Além disso, também foi realizada a análise de sensibilidade dos parâmetros envolvidos. O modelo é descrito por um sistema de equações diferenciais ordinárias não linear, (1)-(3), onde C representa a cobertura de corais, T as turfás de algas, ou gramados de algas, que são aglomerados de algas com altura inferior a 1 cm, e M as macroalgas, algas marinhas macroscópicas,

$$\frac{dM}{dt} = aMC - \frac{gM}{M+T} + \gamma MT \quad (1)$$

$$\frac{dC}{dt} = rTC - dC - aMC \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{gM}{M+T} - \gamma MT - rTC + dC. \quad (3)$$

Considera-se as seguintes hipóteses [5]: a predação das turfás de algas e macroalgas, $\frac{gM}{M+T}$ e mortalidade natural de corais, dC ; os corais recrutam e crescem nos gramados de algas, limitados por sua cobertura, rTC ; os corais são cobertos por macroalgas, aMC ; as macroalgas colonizam corais mortos espalhando-se vegetativamente sobre turfás de algas, γMT . Nas equações, r é a taxa de recrutamento e crescimento dos corais nos gramados de algas, d é a taxa de mortalidade natural dos corais, a é a taxa de cobertura dos corais pelas macroalgas, γ é a taxa com que as macroalgas se espalham vegetativamente sobre os gramados de algas, g é a taxa de pastejo dos peixes nas macroalgas sem distinção de turfás de algas. A Figura 1 ilustra a simulação numérica obtida através do método Runge-Kutta de 4^ª ordem.

¹elisbraga@ufrj.br

²mazza@ufrj.br

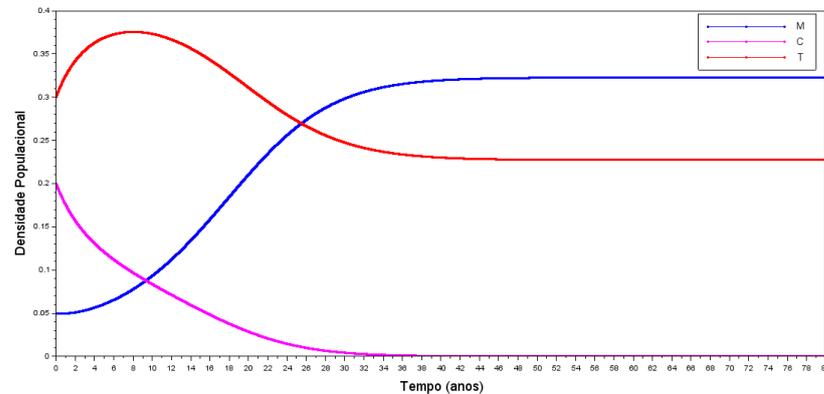


Figura 1: Interação entre corais, turfás e microalgas com $a = 0.1$, $\gamma = 0.8$, $r = 1$, $d = 0.44$ e $g = 0.8$.

A análise de estabilidade global permite observar os comportamentos dinâmicos, assim o modelo possui três estados de equilíbrio: o primeiro, onde as três populações são extintas, o segundo, onde apenas as macroalgas sobrevivem, e o terceiro, onde apenas os corais sobrevivem. O estudo analítico além de expor as soluções de equilíbrio, sua estabilidade local nos pontos estacionários, leva a uma análise de sensibilidade e ao número de reprodução basal (R_0). A partir da sensibilidade dos parâmetros que compõem R_0 , é possível verificar o quanto importante é cada parâmetro para a coexistência e para a extinção dos corais [6]. Este trabalho de Iniciação Científica servirá de base para um novo modelo para a competição entre o recife de corais e o invasor coral-sol.

Referências

- [1] P. J. Mumby. “The impact of exploiting grazers (Scaridae) on the dynamics of Caribbean coral reefs.” Em: **Ecol Appl** 16 (2006), pp. 747–69. URL: [https://doi.org/10.1890/1051-0761\(2006\)016\[0747:tioegs\]2.0.co;2](https://doi.org/10.1890/1051-0761(2006)016[0747:tioegs]2.0.co;2).
- [2] Zikkah R N, Anggriani N e Supriatna A K. “Mathematical model of coral reefs with fish harvesting effect”. Em: **Journal of Physics: Conference Series** 1657.1 (2020), p. 012062. DOI: 10.1088/1742-6596/1657/1/012062. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1657/1/012062>.
- [3] IBAMA. **Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e Recursos Renováveis**. Online. Acessado em 09/04/2023, <https://www.gov.br/ibama/pt-br/assuntos/biodiversidade/especies-exoticas-invasoras/sobre-o-coral-sol>.
- [4] P. J. Mumby, A. Hastings e H. J. Edwards. “Thresholds and the resilience of Caribbean coral reefs”. Em: **Nature** 450 (2007), pp. 98–101. ISSN: 7166-1476-4687. URL: <https://doi.org/10.1038/nature06252>.
- [5] Xiong Li, Hao Wang, Zheng Zhang e Alan Hastings. “Mathematical analysis of coral reef models”. Em: **Journal of Mathematical Analysis and Applications** 416.1 (2014), pp. 352–373. ISSN: 0022-247X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2014.02.053>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022247X14001917>.
- [6] H. S. Rodrigues, M. T. T. Monteiro e D. Torres. “Sensitivity analysis in a dengue epidemiological model”. Em: **Conference Papers in Mathematics** (2013). URL: <https://doi.org/10.1155/2013/721406>.