

Modelo Epidemiológico SEIR com Inclusão de Estratégias não Farmacológicas para Contenção de uma Epidemia

Davi V. R. de Oliveira,¹ João Frederico da Costa A. Meyer²

IMECC, UNICAMP, Campinas, SP

Graciele P. Silveira ³

DFQM, UFSCar, Sorocaba, SP

Resumo. Este artigo explora um modelo epidemiológico SEIR (Suscetível-Exposto-Infectado-Recuperado) ampliado para avaliar o impacto de estratégias não farmacológicas, como distanciamento social e uso de máscaras, na contenção de uma epidemia. Adotando uma abordagem inovadora, o modelo divide a população em subgrupos com base na adesão às medidas de mitigação: aqueles que adotam (S_2 , E_2 , I_2) e aqueles que não adotam (S_1 , E_1 , I_1). Um estudo analítico, incluindo o cálculo do número básico de reprodução e a análise de estabilidade, foi conduzida para entender a dinâmica subjacente da transmissão da doença. As simulações numéricas foram realizadas utilizando o software MATLAB, com diferentes cenários de transmissão com base nas condições iniciais das subpopulações. A modelagem revelou que subpopulações que não seguem medidas não farmacológicas experimentam um pico mais alto e precoce de infecções, ilustrando a eficácia das intervenções na desaceleração da disseminação da doença. Os resultados podem fornecer uma evidência da importância das estratégias não farmacológicas para a desaceleração da disseminação da doença.

Palavras-chave. Modelagem Epidemiológica, Estratégias Não Farmacológicas, Distanciamento Social, Controle de Epidemias, SEIR Modificado

1 Introdução

A pandemia de COVID-19 desencadeou um interesse renovado na modelagem epidemiológica com a intenção de prever e controlar a propagação de doenças infecciosas. O modelo SEIR (Suscetível-Exposto-Infectado-Recuperado) tem sido uma alternativa nesse contexto, fornecendo insights valiosos sobre a dinâmica de transmissão da doença e orientando a tomada de decisões em saúde pública. No entanto, a inclusão de estratégias não farmacológicas, como o distanciamento social e o uso de máscaras, pode desempenhar um papel crucial na contenção de epidemias.

Estudos recentes, como o de Kucharski et al.[5], demonstraram que a combinação de medidas de saúde pública com o modelo SEIR pode ser altamente eficaz na redução da transmissão do vírus. Outros estudos, como o de Flaxman et al.[4], destacaram a importância do distanciamento social e do uso de máscaras na redução da propagação da COVID-19. Este artigo explora como essas estratégias podem ser integradas ao modelo SEIR com o intuito de melhorar a previsão e controle de epidemias, com foco especial na pandemia de COVID-19.

¹d264876@dac.unicamp.br

²jmeyer@unicamp.br

³graciele@ufscar.br

2 Formulação do Modelo

Neste modelo, a população total (N) é dividida em categorias de suscetíveis (S), expostos (E), infectados (I) e recuperados (R), cada uma com subgrupos que aderem ou não a medidas de prevenção, como distanciamento social, entre outras estratégias. Assume-se que a taxa de nascimento é igual à taxa de mortalidade, resultando em um crescimento populacional nulo.

As categorias de suscetíveis, expostos e infectados são divididas em dois subgrupos. Há dois canais principais no modelo proposto, ilustrados na Figura 2. O primeiro canal segue a sequência $S_1 \rightarrow E_1 \rightarrow I_1 \rightarrow R$, para os que não seguem medidas de prevenção. O segundo canal descreve $S_2 \rightarrow E_2 \rightarrow I_2 \rightarrow R$, para os que aderem a tais medidas. Esta configuração é uma variante do SEIR com a população dividida em dois grupos comportamentais inter-relacionados durante uma epidemia. A dinâmica da transmissão da doença é representada pelo fluxograma da Figura 1.

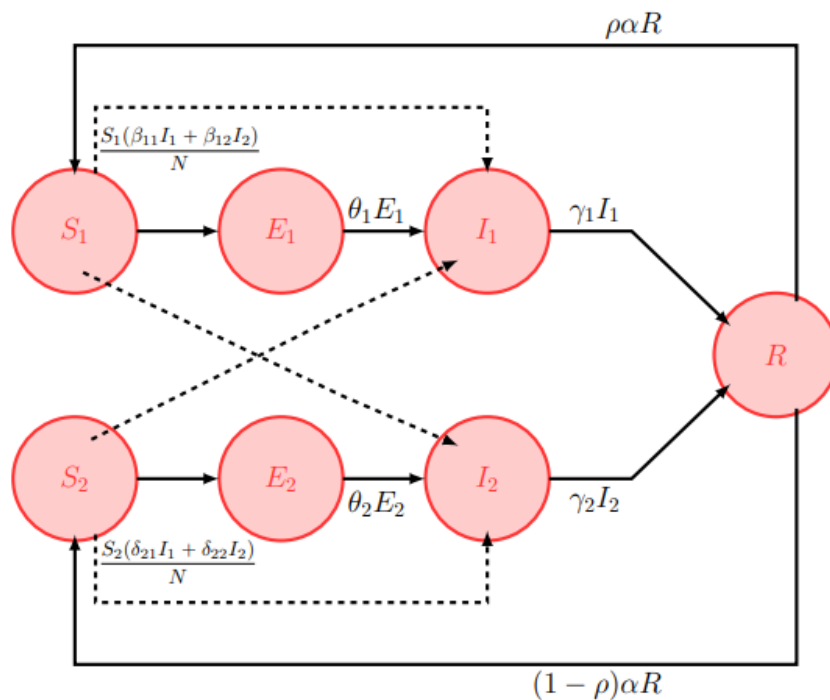


Figura 1: Fluxograma com a dinâmica da doença. Fonte: Autor.

Os expostos são indivíduos que contraíram a doença, mas ainda não a transmitiram. Os infectados transmitem a doença ao entrar em contato com os suscetíveis, e os recuperados possuem imunidade temporária. As interações entre os grupos são representadas por taxas de transmissão β_{ij} e δ_{ij} , onde i e j indicam os grupos envolvidos. Esses parâmetros variam de 0 a 1, refletindo diferentes níveis de eficiência na transmissão do vírus. Os valores extremos de 0 ou 1 representariam a ausência total ou certeza de transmissão, respectivamente, o que é altamente improvável.

Além disso, os infectados que seguem ou não as medidas de prevenção podem se recuperar a uma taxa γ_1 e γ_2 , respectivamente, evoluindo para o compartimento de recuperados ou removidos. Os indivíduos recuperados apresentam imunidade temporária e após o tempo $\frac{1}{\alpha}$ retornam ao compartimento de suscetíveis a uma taxa α , com uma proporção ρ e $(1-\rho)$ para os compartimentos

de suscetíveis praticantes e não praticantes das medidas de prevenção, respectivamente. Baseando-se nas suposições descritas anteriormente, a dinâmica do modelo proposto pela Figura 1 pode ser então descrita pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS_1}{dt} = -\frac{S_1(\beta_{11}I_1 + \beta_{12}I_2)}{N} + \rho\alpha R \\ \frac{dE_1}{dt} = \frac{S_1(\beta_{11}I_1 + \beta_{12}I_2)}{N} - \theta_1 E_1 \\ \frac{dI_1}{dt} = \theta_1 E_1 - \gamma_1 I_1 \\ \frac{dS_2}{dt} = -\frac{S_2(\delta_{21}I_1 + \delta_{22}I_2)}{N} + (1 - \rho)\alpha R \\ \frac{dE_2}{dt} = \frac{S_2(\delta_{21}I_1 + \delta_{22}I_2)}{N} - \theta_2 E_2 \\ \frac{dI_2}{dt} = \theta_2 E_2 - \gamma_2 I_2 \\ \frac{dR}{dt} = \gamma_1 I_1 + \gamma_2 I_2 - \alpha R. \end{array} \right. \quad (1)$$

onde o tamanho da população N é constante, $N = S_1 + E_1 + I_1 + S_2 + E_2 + I_2 + R$ e $S_1(0) = S_1(0)$, $E_1(0) = E_1(0)$, $I_1(0) = I_1(0)$, $S_2(0) = S_2(0)$, $E_2(0) = E_2(0)$, $I_2(0) = I_2(0)$, $R_0 = R(0)$ são as condições iniciais do sistema (1).

Os parâmetros do modelo SEIR incluem β_{11} e β_{12} , que são as taxas de transmissão por contato de suscetíveis sem o uso de estratégias não farmacológicas com os infectados I_1 e I_2 , respectivamente. Os parâmetros δ_{21} e δ_{22} representam as taxas de transmissão por contato de suscetíveis que adotam estratégias não farmacológicas com os infectados I_1 e I_2 , respectivamente. O parâmetro ρ é a probabilidade do recuperado retornar ao S_1 , enquanto $(1 - \rho)$ é a probabilidade do recuperado retornar ao compartimento S_2 . O parâmetro α é a taxa de imunidade temporária, θ_1 e θ_2 são as taxas de transição de expostos para infectados que não seguem medidas de prevenção e para os que seguem essas medidas, respectivamente, e γ_1 , γ_2 são as taxas de recuperação dos infectados.

O número reprodutivo básico, R_0 , é a média de novas infecções secundárias causadas por um único indivíduo infectado, em uma população totalmente suscetível. Ele reflete a contagiabilidade de uma doença e sua capacidade de se espalhar em uma população sem imunidade. Se R_0 for maior que 1, há potencial para epidemia, pois cada infectado pode transmitir para mais de uma pessoa. Se R_0 for menor que 1, a doença não deve se espalhar de forma sustentada. O método da matriz da próxima geração é utilizado para calcular R_0 e requer o equilíbrio livre da doença, onde não há infectados. Esse método é detalhado em [6]. Para tanto, precisamos conhecer o equilíbrio livre da doença do modelo, disease free equilibrium (DFE), descrito da forma seguinte:

$$E_0 = (\xi N, 0, 0, (1 - \xi)N, 0, 0, 0), \quad \text{com } S_1 + S_2 = N. \quad (2)$$

Fazendo $\beta_{11} = \beta_{12} = \beta$ e $\delta_{21} = \delta_{22} = \delta$ e de acordo com [2] temos:

$$\mathcal{R}_0 = \left(\frac{\xi\beta}{\gamma_1} + \frac{(1 - \xi)\delta}{\gamma_2} \right). \quad (3)$$

Observamos que o R_0 depende das taxas de infecção β , δ e das populações presentes nos compartimentos de suscetíveis sem distanciamento social e de suscetíveis com distanciamento social.

O equilíbrio livre da doença acontece quando $I_1 = I_2 = 0$, ou seja, não há infecção pela doença e toda a população é suscetível no ponto de equilíbrio $E_0 = (\xi, 0, 0, (1 - \xi), 0, 0, 0)$.

A estabilidade local do modelo ilustrado na Figura 1, é analisada usando a matriz jacobiana obtida do sistema (1) e avaliada no ponto de equilíbrio livre de doença E_0 . Fazendo $\det[J(\bar{E}_0) - \lambda I] = 0$, encontramos o polinômio característico da matriz jacobiana $J(E_0)$, dado por:

$$P(\lambda) = (-\alpha\rho - \lambda) \left[(-\gamma_2 - \lambda)(-\theta_1 - \lambda) (-\beta_1\theta_1\xi + \gamma_1\theta_1 + \gamma_1\lambda + \theta_1\lambda + \lambda^2) - \theta_1 (-\gamma_1\delta_1\theta_1\xi + \gamma_1\delta_1\theta_1 - \gamma_1\delta_1\lambda\xi + \gamma_1\delta_1\lambda - \delta_1\theta_1\lambda\xi + \delta_1\theta_1\lambda + \delta_1\lambda^2(-\xi) + \delta_1\lambda^2) \right].$$

E os autovalores são $\lambda_1 = -\alpha\rho$, $\lambda_2 = -\theta_1\rho$, e as soluções do polinômio característico $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$ onde:

$$\begin{aligned} a_1 &= \gamma_1 + \gamma_2 + \theta_1, \\ a_2 &= -\beta_1\theta_1\xi + \gamma_2\theta_1 + \gamma_1\theta_1 + \gamma_1\gamma_2 + \delta_1\theta_1\xi - \delta_1\theta_1, \\ a_3 &= -\beta_1\gamma_2\theta_1\xi + \gamma_1\delta_1\theta_1\xi - \gamma_1\delta_1\theta_1 + \gamma_1\gamma_2\theta_1. \end{aligned}$$

Utilizando o número básico de reprodução R_0 , podemos expressar a_3 em função de (3), de modo que $a_3 = \theta_1\gamma_1\gamma_2(1 - R_0)$ e analisar a estabilidade usando os critérios de Routh-Hurwitz [3] para $k = 3$, que exigem $a_1 > 0$, $a_3 > 0$ e $a_1a_2 > a_3$. Tem-se que $a_1 > 0$, uma vez que todos os parâmetros do modelo são positivos, e $a_3 > 0$ se e somente se $R_0 < 1$. Para demonstrar que $a_1a_2 > a_3$, precisamos mostrar que $a_1a_2 - a_3 > 0$, o que leva a $(\gamma_1 + \gamma_2 + \theta_1)(-\beta_1\theta_1\xi + \gamma_2\theta_1 + \gamma_1\theta_1 + \gamma_1\gamma_2 + \delta_1\theta_1\xi - \delta_1\theta_1) - \theta_1\gamma_1\gamma_2(1 - R_0) > 0$. Portanto, se $R_0 < 1$, então $a_3 > 0$, e como $a_1 > 0$ e $a_1a_2 > a_3$ nas condições dadas em [Leah], podemos concluir que o ponto de equilíbrio $E(0)$ é local e assintoticamente estável, enquanto se $R_0 > 1$, o ponto de equilíbrio $E(0)$ é instável.

3 Simulações Numéricas

Para as simulações numéricas do modelo, utilizamos o software MATLAB, com o pacote ODE (Ordinary Differential Equations) para resolver numericamente o sistema de equações diferenciais e exploramos a dinâmica de propagação de uma doença infecciosa em uma população dividida em duas subpopulações distintas, S_1 e S_2 , com diferentes níveis de suscetibilidade à infecção. As taxas de transmissão da doença, β e δ , são ajustadas com base nas condições iniciais de S_1 e S_2 .

As simulações numéricas mostram o impacto das variações nas condições iniciais das subpopulações S_1 e S_2 na evolução temporal das populações totais de S , E , I e R . Para isso, realizamos uma série de simulações com diferentes proporções iniciais de indivíduos suscetíveis nas subpopulações S_1 e S_2 , mantendo constante o tamanho total da população.

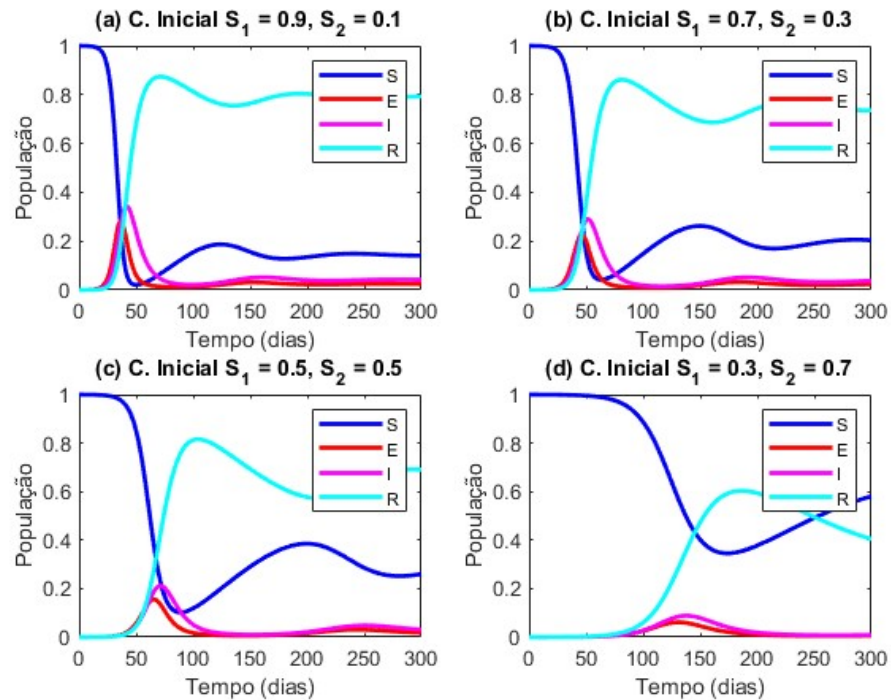


Figura 2: Comparação da dinâmica do modelo para 4 condições iniciais diferentes $S_1 = 0.9$ e $S_2 = 0.1$, $S_1 = 0.7$ e $S_2 = 0.3$, $S_1 = 0.5$ e $S_2 = 0.5$ e $S_1 = 0.3$ e $S_2 = 0.7$, respectivamente da esquerda para a direita. E os parâmetros para todas as condições iniciais, $\beta = 0.65$ e $\delta = 0.15$ as taxas contágio de S_1 e S_2 com as classes infectadas, $\theta_1 = \theta_2 = 2.174 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ a taxa de transição de expostos para infectados, $\gamma_1 = 1.25 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ e $\gamma_2 = 1.538 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ as taxas de recuperação dos infectados e $\alpha = 6.667 \times 10^{-3}$ por dia⁻¹ [1] a taxa de perda de imunidade. Fonte: Autor.

A Figura 2 mostra quatro diferentes cenários de uma simulação epidêmica, com ênfase no impacto das estratégias não farmacológicas de mitigação da doença, como o distanciamento social. Cada gráfico representa a dinâmica de uma população dividida em proporções variáveis de indivíduos que não seguem (S_1) e que seguem (S_2) essas estratégias (principalmente distanciamento social) desde o início da epidemia.

No gráfico (a), a condição inicial apresenta uma maior proporção da população não adotando estratégias não farmacológicas $S_1 = 0.9$ em comparação com aqueles que as adotam $S_2 = 0.1$. Observamos que a curva de indivíduos suscetíveis $S = S_1 + S_2$ rapidamente diminui, enquanto a de expostos $E = E_1 + E_2$ e infectados $I = I_1 + I_2$ tem um pico acentuado e precoce, sugerindo uma rápida disseminação da doença entre aqueles sem precauções. A curva de recuperados R sobe conforme a população ganha imunidade após a infecção.

Nos gráficos (b), (c) e (d), a proporção inicial da população que adota estratégias de mitigação aumenta $S_2 = 0.3, 0.5, 0.7$, enquanto a proporção que não as adota diminui $S_1 = 0.7, 0.5, 0.3$. Notamos uma tendência de retardamento no pico da curva dos infectados e uma menor altura desse pico, indicando uma propagação mais lenta e controlada da doença quando mais pessoas praticam o distanciamento social.

No gráfico (c) com $S_1 = S_2 = 0.5$, a população está equitativamente dividida entre aqueles que seguem e não seguem estratégias não farmacológicas. Esse cenário ainda resulta em um pico

substancial de infectados, mas menos acentuado que nos gráficos (a) e (b), onde a adesão a tais estratégias é menor.

No gráfico (d), a maior parte da população adere ao distanciamento social $S_2 = 0.7$. Aqui, o pico de infectados é ainda mais retardado e achatado, refletindo a eficácia das estratégias de mitigação na desaceleração da transmissão do vírus.

Em resumo, a Figura 2 ilustra como um aumento na adesão a estratégias não farmacológicas, pode eventualmente achatar a curva epidemiológica, reduzindo o número de infectados simultâneos.

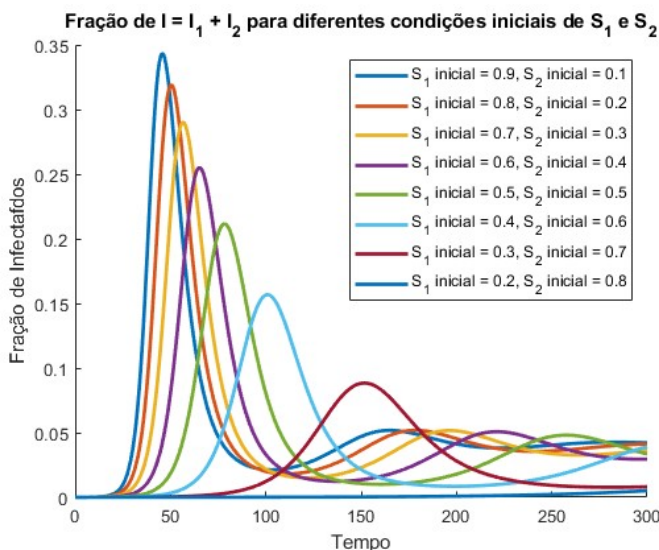


Figura 3: Comparação dos casos ativos da doença para 8 condições iniciais diferentes da população de Suscetíveis. E os parâmetros para todas as condições iniciais, $\beta = 0.65$ e $\delta = 0.15$ as taxas contágio de S_1 e S_2 com as classes infectadas, $\theta_1 = \theta_2 = 2.174 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ a taxa de transição de expostos para infectados, $\gamma_1 = 1.25 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ e $\gamma_2 = 1.538 \times 10^{-1}$ por dia⁻¹ as taxas de recuperação dos infectados e $\alpha = 6.667 \times 10^{-3}$ por dia⁻¹ [1] a taxa de perda de imunidade. Fonte: Autor.

A Figura 3 ilustra a evolução da porcentagem da população infectada (I) ao longo do tempo em diferentes cenários iniciais, que refletem o cumprimento das estratégias não farmacológicas como o distanciamento social. As curvas representam a dinâmica de infecção com base nas condições iniciais das populações S_1 (que não usam estratégias não farmacológicas) e S_2 (que usam estratégias não farmacológicas).

Podemos observar que cenários com uma maior porcentagem inicial de S_1 (menos adesão ao distanciamento social) resultam em picos de infecção mais pronunciados e antecipados. Isso indica uma transmissão mais rápida da doença, uma vez que há mais indivíduos suscetíveis em contato uns com os outros, facilitando a propagação do patógeno.

Por outro lado, à medida que a proporção inicial de S_2 aumenta (indicando maior adesão ao distanciamento social), o pico de infectados torna-se atrasado e achatado. Isso sugere que medidas não farmacológicas sendo aplicadas diminuem a taxa de transmissão da doença.

A Figura 3 oferece uma representação visual clara da importância das estratégias de mitigação na contenção de epidemias. Destaca que o comportamento preventivo adotado pela população pode ter um impacto significativo na redução da velocidade e do alcance da propagação de uma doença infecciosa.

4 Considerações Finais

No presente trabalho, apresentamos um modelo que considera uma população dividida em duas subpopulações, S_1 e S_2 , com diferentes níveis de suscetibilidade à infecção. Isso é refletido nos parâmetros que representam as taxas de transmissão da doença dentro de cada subpopulação. A análise das dinâmicas de S (população suscetível total), E (população exposta total), I (população infectada total) e R (população recuperada total) indica como a variação das condições iniciais de S_1 e S_2 influencia a propagação da doença ao longo do tempo.

Os resultados das simulações sugerem que, à medida que a proporção inicial de indivíduos suscetíveis na subpopulação S_1 aumenta (e, conseqüentemente, diminui na subpopulação S_2), observa-se um aumento no pico da população infectada total (I). Isso sugere que a subpopulação S_1 tem um papel mais significativo na propagação da doença, possivelmente devido a uma maior taxa de contato ou a uma maior suscetibilidade à infecção.

Em conclusão, este estudo destaca a importância de considerar a heterogeneidade da população na modelagem da dinâmica de doenças infecciosas. A compreensão das interações entre diferentes subpopulações e a implementação de estratégias de intervenção direcionadas podem ser fundamentais para o controle eficaz de surtos epidêmicos. O modelo proposto oferece uma estrutura valiosa para investigar o impacto de diferentes cenários e condições iniciais na propagação de doenças.

Referências

- [1] S. Choi e M. Ki. “Estimating the reproductive number and the outbreak size of COVID-19 in Korea”. Em: **Epidemiology and Health** 42 (2020), e2020011.
- [2] O. Diekmann, J. A. P. Heesterbeek e M. G. Roberts. “The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models”. Em: **Journal of the Royal Society Interface** 7.47 (2010), pp. 873–885. DOI: 10.1098/rsif.2009.0386.
- [3] L. Edelstein-Keshet. **Mathematical Models in Biology**. SIAM edition. Classics in Applied Mathematics. Philadelphia, PA: Society for Industrial e Applied Mathematics (SIAM), 2005. ISBN: 0-89871-554-7.
- [4] S. Flaxman, S. Mishra, A. Gandy, H. J. T. Unwin, T. A. Mellan, H. Coupland, C. Whitaker, H. Zhu, T. Berah, J. W. Eaton et al. “Estimating the effects of non-pharmaceutical interventions on COVID-19 in Europe”. Em: **Nature** 584.7820 (2020), pp. 257–261.
- [5] A. J. Kucharski, P. Klepac, A. J. Conlan, S. M. Kissler, M. L. Tang, H. Fry, J. R. Gog e W. J. Edmunds. “Effectiveness of isolation, testing, contact tracing, and physical distancing on reducing transmission of SARS-CoV-2 in different settings: a mathematical modelling study”. Em: **The Lancet Infectious Diseases** 20.10 (2020), pp. 1151–1160.
- [6] P. Van den Driessche e J. Watmough. “Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission”. Em: **Mathematical Biosciences** 180.1-2 (2002), pp. 29–48.