

Modelagem por meio da Matemática Financeira como Ferramenta de Ensino em Aquisições de Sistemas Fotovoltaicos através de Análise de Investimento

Eduardo P. Alencar¹, Emilia D. S. Xavier², Leonardo Minelli³, Paulo S. Sausen⁴, Airam T. Z. R. Sausen⁵
PPGMC/UNIJUÍ, Ijuí, RS

Resumo. A grande dificuldade no Brasil, na área da matemática, ainda é despertar o interesse do aluno pela disciplina e garantir que ele realmente absorva o conhecimento que está sendo ensinado. Em muitos casos, os conteúdos são excessivamente teóricos, com poucas aplicações práticas, o que leva parte dos alunos a perder o interesse, resultando em insucesso escolar e, em alguns casos, até mesmo o abandono da disciplina. A modelagem matemática é uma ferramenta poderosa que, quando aliada aos conteúdos propostos, proporciona uma melhor compreensão e aplicabilidade para o aluno, além de uma abordagem mais dinâmica para o professor. Nesse sentido, o uso da modelagem, juntamente com a avaliação econômica da aquisição de sistemas fotovoltaicos, pode ser um fator de grande importância para o ensino, principalmente envolvendo a matemática financeira. O ponto crucial do trabalho consistiu em determinar o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR) utilizando a aquisição de um sistema fotovoltaico como modelo matemático, resultando em uma melhor aplicabilidade de conteúdos dentro da matemática financeira.

Palavras-chave. Modelagem Matemática, Análise de Investimentos, Sistemas Fotovoltaicos

1 Introdução

O ensino no Brasil ainda enfrenta grandes desafios quando se trata de ensinar matemática. Além de possuir uma extensa grade curricular, essa disciplina também apresenta em seus currículos norteadores, conteúdos excessivamente longos, os quais dependem de uma boa metodologia de ensino para serem compreendidos e aplicados adequadamente.

Um dos métodos para aproximar os alunos da aprendizagem de matemática é incluir em seu currículo atividades que desenvolvam a capacidade de modelar objetos utilizando conceitos previamente estudados. Essa abordagem, conhecida como modelagem matemática, pode se tornar o foco do desenvolvimento dos conteúdos abordados em sala de aula [4]. Nesse contexto, a matemática financeira é uma forma pela qual os professores podem atuar juntamente com a modelagem matemática para desenvolver novos métodos de ensino, como o investimento em sistema fotovoltaico, envolvendo uma análise de investimentos.

Para a compreensão da matemática financeira no contexto de investimentos, é fundamental realizar a análise de investimentos. Essa abordagem é amplamente utilizada na área econômica para desenvolver modelos matemáticos que preveem retornos financeiros a longo prazo para determinados investimentos [2]. As opções de aplicação financeira dentro da análise de investimentos são, de

¹eduardo.alencar@sou.unijui.edu.br

²emilia.xavier@sou.unijui.edu.br

³leonardo.minelli@sou.unijui.edu.br

⁴sausen@unijui.edu.br

⁵airam@unijui.edu.br

maneira geral, uma das formas pelas quais os indivíduos que possuem algum capital buscam obter ganhos [3].

Portanto, neste artigo é apresentada uma proposta lúdica de investimento por meio da aquisição de um sistema fotovoltaico, como forma de ensino em turmas do Ensino Médio. A estratégia envolve o desenvolvimento de simulações matemáticas que descrevem os retornos de investimentos em aquisições de sistemas fotovoltaicos, utilizando a modelagem matemática como ferramenta de ensino.

2 Modelagem Matemática da Análise de Investimento

No contexto metodológico, esta pesquisa será desenvolvida em conjunto com os dados econômicos de Fluxo de Caixas, a Taxa Mínima de Atratividade (TMA), Tempo de *Payback*, Taxa Interna de Retorno (TIR) e o Valor Presente Líquido (VPL), os quais serão apresentados nas subseções a seguir.

2.1 Fluxos de Caixa

O estudo de um fluxo de caixa costuma ser bastante dinâmico, tratando-se de uma série de pagamentos ou recebíveis que podem ser estimados ao longo do tempo. Os fluxos podem ser observados de várias maneiras em termos de períodos, como postecipados, antecipados ou diferidos; de periodicidade, podendo ser períodos iguais entre si ou diferentes; de duração, podendo ser limitados ou indeferidos; e de valores, podendo ser constantes ou variáveis [3].

A esquematização do fluxo de caixa costuma ser representada com um eixo horizontal marcado em um tempo inicial zero e as entradas de dinheiro indicadas perpendicularmente ao eixo horizontal. As setas apontando para baixo representam os valores de saída, enquanto as setas apontando para cima representam os valores de entrada [7]. A Figura 1 ilustra esse esquema.

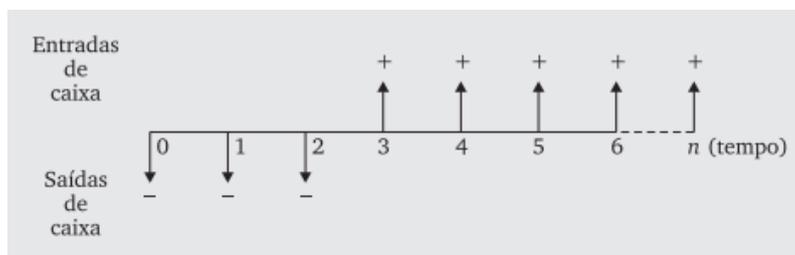


Figura 1: Fluxo de caixa. Fonte: Assaf [2].

2.2 Taxa Mínima de Atratividade

A Taxa Mínima de Atratividade (TMA) representa o retorno mínimo que uma empresa ou investidor espera de um investimento para considerá-lo viável, sendo frequentemente aplicada na análise de viabilidade para determinar se um investimento específico é financeiramente compensador [6]. Em muitos estudos, autores como [3, 6] mencionam que essa taxa é determinada por estudos que consideram juros, inflação anualizada, retornos de investimentos de anos anteriores ou a Taxa do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (SELIC).

2.3 Tempo de *Payback*

O *Payback* é outra medida usada para análise de investimento sendo calculado a partir da comparação dos fluxos de caixa com um valor de pagamento inicial até o momento em que se igualam. O *Payback* é caracterizado de duas principais formas: o *Payback* simples e o descontado. A principal diferença é que no *Payback* simples refere-se ao número de períodos que um determinado investimento precisa para recuperar o valor inicial investido, enquanto que o *Payback* descontado leva em consideração o valor do dinheiro ao longo do tempo [8]. Na equação (1) é apresentada uma forma simplificada fornecida por [2] para calcular o *Payback* descontado, ou seja:

$$Payback = \left[\frac{I_0}{\sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+i)^t}} \right] . t, \quad (1)$$

onde: t é o tempo, I_0 é o investimento inicial; i é a taxa de desconto, FC_t são os fluxos previstos de entradas de caixa em cada período t .

2.4 Taxa Interna de Retorno

A Taxa Interna de Retorno (TIR) é uma taxa usada na análise de investimentos, onde representa a taxa de desconto que iguala as entradas e saídas de um caixa, ou seja, faz com que os fluxos de caixa no futuro sejam iguais ao valor inicial. De modo geral, ela representa a rentabilidade do investimento em termos de taxa de juros compostos proporcional e periódicos [2]. Pode-se afirmar também que a TIR torna o Valor Presente Líquido (VPL) dos fluxos de caixa iguais a zero [1]. A equação (2) fornecida por [2] representa o cálculo usado para determinar a (TIR):

$$I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{I_t}{(1 + TIR)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t}, \quad (2)$$

onde: I_0 é o montante do investimento no início do investimento, t é o tempo, I_t são os montantes previstos de investimento em cada momento subsequente, TIR é taxa de rentabilidade equivalente periódica (TIR), FC_t são os fluxos previstos de entradas de caixa em cada período de vida do investimento .

2.5 Valor Presente Líquido

O Valor Presente Líquido (VPL) é a soma de todas as entradas e saídas de um caixa projetadas (futuro), descontadas para uma mesma data de origem. O VPL será considerado aceitável quando for maior ou igual a zero. Já os projetos com VPL negativo revelam-se inferiores à taxa mínima requerida para o investimento, sendo assim desinteressantes para a aquisição [8]. A equação (3) fornecida por [2] é utilizada para encontrar o VPL, dado por:

$$VPL = \left[\sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1 + K)^t} \right] - \left[I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{I_t}{(1 + K)^t} \right], \quad (3)$$

onde: FC_t é o fluxo (benefício) de caixa líquido de cada período; t é o tempo; K é a taxa de desconto do projeto, representada pela rentabilidade mínima requerida (TMA); I_0 é o investimento processado no momento zero; I_t é o valor do investimento previsto em cada período subsequente.

3 Análise dos Resultados e Discussões

Esta proposta de metodologia de ensino e aprendizagem pode ser aplicada em todo o Ensino Médio, utilizando as habilidades matemáticas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) EM13MAT203, que relaciona conteúdos na execução de orçamentos familiares com simuladores de juros simples e compostos, e a habilidade EM13MAT305, que trabalha com funções logarítmicas, relacionando-as à matemática financeira [5]. Na sala de aula, o professor pode dividir a turma em grupos e desenvolver a modelagem variando os valores da proposta.

Para o desenvolvimento da pesquisa, inicialmente será apresentado o valor de R\$ 17.124,90 referente à aquisição do sistema fotovoltaico, com uma geração estimada de 400 kWh mensais. Na Tabela 1 são apresentados os valores da economia anual gerada pelo uso do sistema fotovoltaico em relação à energia fornecida pela concessionária de energia. Esses valores foram previamente calculados por meio de simulações, levando em conta inflação, vida útil do painel solar, taxas e potência do sistema.

Tabela 1: Economia gerada pelo sistema fotovoltaico.

Fatura sem energia fotovoltaica anual	Fatura com energia fotovoltaica anual	Economia gerada anual
R\$ 3.924,00	R\$ 774,00	R\$ 3.150,00
R\$ 4.212,00	R\$ 841,10	R\$ 3.370,90
R\$ 4.523,04	R\$ 916,06	R\$ 3.606,98
R\$ 4.858,96	R\$ 1.133,31	R\$ 3.725,65
R\$ 5.221,76	R\$ 1.349,14	R\$ 3.872,62
R\$ 5.613,58	R\$ 1.569,39	R\$ 4.044,19
R\$ 6.036,75	R\$ 1.737,28	R\$ 4.299,47
R\$ 6.493,77	R\$ 1.799,00	R\$ 4.694,77
R\$ 6.987,35	R\$ 1.870,37	R\$ 5.116,97
R\$ 7.520,42	R\$ 1.952,49	R\$ 5.567,93
R\$ 8.096,13	R\$ 2.046,55	R\$ 6.049,58
R\$ 8.717,90	R\$ 2.153,87	R\$ 6.564,03
R\$ 9.389,41	R\$ 2.275,91	R\$ 7.113,50
R\$ 10.114,65	R\$ 2.414,29	R\$ 7.700,36
R\$ 10.897,90	R\$ 2.570,76	R\$ 8.327,13
R\$ 11.743,81	R\$ 2.747,29	R\$ 8.996,52
R\$ 12.657,39	R\$ 2.946,02	R\$ 9.711,37
R\$ 13.644,06	R\$ 3.169,30	R\$ 10.474,76
R\$ 14.709,67	R\$ 3.419,74	R\$ 11.289,93
R\$ 15.860,52	R\$ 3.700,18	R\$ 12.160,34
R\$ 17.103,45	R\$ 4.013,77	R\$ 13.089,68
R\$ 18.445,80	R\$ 4.363,95	R\$ 14.081,85
R\$ 19.895,55	R\$ 4.754,50	R\$ 15.141,04
R\$ 21.461,27	R\$ 5.189,60	R\$ 16.271,67
R\$ 23.152,25	R\$ 5.673,79	R\$ 17.478,46

Como a TMA é um valor de comparação que o investidor teria de retorno, logicamente, a melhor opção seria utilizar uma TMA baseada na SELIC ou poupança. A TMA usada nessa proposta será de 6,50% ao ano. O fluxo de caixa desta proposta é observado na Tabela 1, onde consta a economia gerada anual. Para cálculo da TIR é utilizada a equação (2), com $I_0 = R\$17.124,90$, e

os dados obtidos da Tabela 1, ou seja:

$$-17.124,90 + \frac{3.150,00}{(1 + TIR)^1} + \frac{3.370,90}{(1 + TIR)^2} + \dots + \frac{17.478,46}{(1 + TIR)^{25}} = 0. \quad (4)$$

Devido ao valores altos de t , o aconselhável seria utilizar uma calculadora científica HP ou o *software* Excel. No Excel utiliza-se o comando "= TIR(selecione todos os valores da economia anual)", e na sequência deve ser clicada a tecla Enter. O valor da TIR da proposta será de 25%, demonstrando a viabilidade econômica da aquisição desse sistema fotovoltaico em relação à fatura de energia da concessionária.

Para o cálculo do VPL utiliza-se a equação (3) e os dados da Tabela 1, K que é a taxa de desconto do projeto, representada pela rentabilidade mínima requerida, logo:

$$VPL = \left[\frac{R\$3.150,00}{(1 + 0,065)^1} + \frac{R\$3.370,90}{(1 + 0,065)^2} + \dots + \frac{R\$17.478,46}{(1 + 0,065)^{25}} \right] - [R\$17.124,90]. \quad (5)$$

$$VPL = R\$62.058,31.$$

O valor do VPL da proposta foi maior que zero, demonstrando assim que também é viável esse investimento. E por fim, pode-se determinar o tempo de retorno deste investimento, conhecido como *Payback*, utilizando a equação (1), considerando uma taxa de desconto de 6,5%, logo:

$$Payback = \left[\frac{R\$17.124,90}{\frac{R\$3.150,00}{(1+0,065)^1} + \frac{R\$3.370,90}{(1+0,065)^2} + \dots + \frac{R\$17.478,46}{(1+0,065)^{25}}} \right] .25anos, \quad (6)$$

$$Payback = \left[\frac{R\$17.124,90}{R\$79.183,21} \right] .25anos, \quad (7)$$

$$Payback = 5,41anos. \quad (8)$$

No geral, verifica-se que uma aplicação/investimento no valor de R\$ 17.124,90 é viável do ponto de vista econômico, como pode ser observados na Tabela 2 .

Tabela 2: Valores finais da análise de investimento.

TIR	VPL	PAYBACK
25%	R\$62.058,31	5,41 anos

A TIR ficou em 25% , seguido pelo VPL em R\$62.058,31 e o tempo de retorno do investimento de aproximadamente 5 anos e meio.

4 Considerações Finais

A análise de investimento é um conteúdo bastante amplo e aplicável, como é o caso do estudo da TIR, do VPL e do *Payback*. Neste quesito, a matemática financeira desempenha um papel importante na formação básica do aluno, principalmente para a compreensão orçamentária familiar, aplicação em determinados ativos ou bens e também em questões de endividamento.

O desenvolvimento desta proposta mostrou como um conteúdo matemático pode ser desenvolvido em consonância com uma aplicação ou modelo matemático, utilizando para isso a modelagem

matemática dentro da matemática financeira voltada para aquisição de sistemas fotovoltaicos. Através de estudos como este, as Secretarias de Educação juntamente com as escolas podem desenvolver projetos dentro da área de energias renováveis como metodologia de ensino e tornar o ensino de matemática mais atrativo e menos cansativo em contraste com o ensino tradicional.

Agradecimentos

Agradeço à Unijuí pelo fomento para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Referências

- [1] H. Alwazani et al. "Economic and technical feasibility of solar system at effat university". Em: **2019 IEEE 10th GCC Conference & Exhibition (GCC)**. IEEE. 2019, pp. 1–5. DOI: 10.1109/GCC45510.2019.1570520280.
- [2] N. A. Assaf. **Finanças corporativas e valor**. 7a. ed. São Paulo: Atlas, 2014. ISBN: 978-85-224-9090-5.
- [3] N. A. Assaf. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12a. ed. São Paulo: Atlas, 2012. ISBN: 978-85-224-7248-2.
- [4] R. C. Bassanezi. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 1a. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002. ISBN: 85-7244-207-3.
- [5] BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Online. Acessado em 10/06/2024, <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>.
- [6] F.N. Casarotto e B. H. Kopittke. **Análise de investimentos**. 12a. ed. São Paulo: Atlas, 2020. ISBN: 9788597023282.
- [7] S. Hazzan e J. N. Pompeo. **Matemática financeira**. Saraiva Educação SA, 2017. ISBN: 9788502618169.
- [8] A. S. Pereira, L. G. T. A. Costa e L. R. T. A. Costa. **Análise de investimentos**. 1a. ed. Curitiba: IESDE Brasil SA, 2010. ISBN: 9788538713845.