

Análise da Influência da Pressão na Viscosidade e Tempo de Relaxação em uma Contração 4:1 utilizando o OpenFOAM[®]

Luiz Haines Jr.¹ Gilcilene S. de Paulo²

FCT - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Presidente Prudente, SP

Manoel S. B. de Araújo³

Universidade Federal do Pará - Instituto de Ciências Exatas e Naturais - Faculdade de Matemática

Fabício S. de Sousa⁴

ICMC - Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, SP

Resumo. Neste trabalho são apresentados ensaios numéricos para escoamentos de fluidos viscoelásticos em que a viscosidade polimérica η_p e o tempo de relaxação λ variam linearmente com a pressão, p , em uma contração 4:1. As modelagens destes parâmetros reológicos em função da pressão foram implementadas nos *software* OpenFOAM[®] e *rheoTool*, os quais foram aplicados a obtenção de soluções numéricas para escoamentos viscoelásticos em uma geometria planar, a contração 4:1. Os resultados numéricos obtidos apontam forte influência desta modelagem nos tamanhos dos vórtices que surgem neste tipo de escoamento, o que demonstra a relevância de mais estudos numéricos considerando este tipo de modelagem.

Palavras-chave. OpenFOAM[®], *rheoTool*, Viscosidade Dependendo da Pressão, Tempo de relaxação Dependendo da Pressão, Contração 4:1

1 Introdução

Nas últimas décadas os fluidos viscoelásticos têm ganhado grande destaque, devido sua grande aplicabilidade na indústria e relevância científica, levando ao estudo e desenvolvimento de importantes equações constitutivas que visam modelar seus comportamentos com a máxima precisão possível. Essas modelagens permitem a obtenção de informações de escoamentos de fluidos por meio de simulações computacionais, sem a necessidade do desenvolvimento de experimentos específicos, sendo assim mais rápida, menos custosa e permitindo explorar um conjunto de situações problema bem mais amplo.

Neste trabalho foi utilizado o OpenFOAM[®], um *software* CFD de código aberto, que utiliza discretização por meio do método dos volumes finitos e o método SIMPLE para solucionar o sistema de equações e obter as variáveis primitivas, velocidade e pressão. Esta ferramenta possui uma grande variedade de aplicações para a execução de simulações de diversos tipos de fluidos. Além disso, foi utilizado também o *rheoTool*, lançado por Pimenta e Alves [11], uma extensão para o OpenFOAM[®], que aumenta sua capacidade de modelagem e simulação de escoamentos com a implementação da metodologia Log-conformation para os modelos viscoelásticos [5], e novas abordagens para os esquemas de interpolação dos termos advectivos [10]. Apesar das grandes contribuições implementadas pelo *rheoTool*, o mesmo ainda não permite a utilização de modelos que levam e conta a dependência da viscosidade e/ou tempo de relaxação com a pressão. A

¹luiz.haines@unesp.br - PICME/Capes

²gilcilene.sanchez@unesp.br

³silvino@ufpa.br

⁴fsimeoni@icmc.usp.br

importância da viscosidade dependendo da pressão tem sido vista em problemas que envolvem lubrificação, processamento de alimentos e o bombeamento de combustível ([12]).

A existência de uma relação entre a viscosidade e a pressão foi apontada 1845 por Stokes [13] e demonstrada experimentalmente por Barus [2], o que deu origem a duas modelagens para o crescimento da viscosidade em relação ao aumento da pressão, uma linear e outra exponencial. Posteriormente, em 2011, Karra et al. [8] modificou o modelo UCM para possibilitar variações da viscosidade e do tempo de relaxação com respeito a pressão, estudando o problema de valor de contorno modelado pelo escoamento entre duas placas paralelas. Em seu trabalho Karra et al. [8] considerou a placa inferior em repouso e a placa superior movendo-se a uma velocidade periódica no tempo, obtendo resultados teóricos e numéricos distintos da modelagem padrão.

A fim de contribuir com o entendimento do quanto esses tipos de propriedades podem afetar o comportamento de escoamentos, este trabalho inclui no *rheoTool* as implementações da viscosidade polimérica e do tempo de relaxação do fluido como funções da pressão, substituindo na formulação matemática estas funções onde no modelo padrão são apenas constantes.

Para iniciar a análise da metodologia numérica desenvolvida que inclui os efeitos da pressão sobre a viscosidade polimérica e o tempo de relaxação do fluido em escoamentos viscoelásticos, no trabalho [6] podem ser encontrados os testes de convergência de malha com base no problema do escoamento totalmente desenvolvido em um canal bem como a análise do comportamento da pressão ao longo do canal para diferentes intensidades de variação da viscosidade e tempo de relaxação.

Dando continuidade ao trabalho [6], neste trabalho são apresentados ensaios numéricos de simulações de escoamentos totalmente desenvolvidos em uma contração 4:1 (ver Figura 1), utilizando fluidos viscoelásticos modelados pela equação constitutiva padrão Oldroyd-B, e pela equação modificada permitindo que tanto a viscosidade polimérica quanto o tempo de relaxação dependam igualmente da pressão. O estado estacionário é considerado após um tempo suficientemente grande em que não há mais alterações das variáveis no escoamento. Porém, há de se ter cuidado nesta medida quando se trata de escoamentos viscoelásticos em uma contração 4:1, como reportado em [1]. Neste presente trabalho serão considerados os casos de escoamentos estacionários e simétricos.

Primeiramente o trabalho de Pimenta e Alves [10] será revisitado a fim de apresentarmos as soluções clássicas da literatura para escoamentos viscoelásticos em uma contração 4:1, ou seja, as soluções baseadas na modelagem padrão apresentadas por [1], [3], [4], [9] e [10]. Posteriormente, nesta mesma geometria, serão realizados estudos sobre a influência da variação da viscosidade e do tempo de relaxação com respeito a pressão nos escoamentos viscoelásticos.

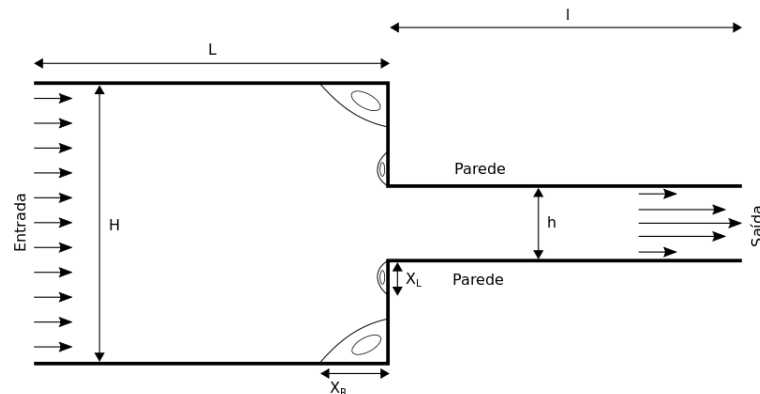


Figura 1: Esboço do domínio para o escoamento em uma contração 4:1. Fonte: Elaboração dos autores.

2 Modelagem Matemática

As leis físicas de conservação que regem o escoamento de fluidos são modeladas matematicamente pelas equações de Navier-Stokes. Nessa seção serão apresentadas as equações simplificadas para escoamentos incompressíveis, isotérmicos e laminares. Além disso, são modelados fluidos viscoelásticos de acordo com a equação constitutiva Oldroyd-B modificada, permitindo que a viscosidade polimérica (η_P) e o tempo de relaxação (λ) variem linearmente com a pressão. Assim, temos o escoamento do fluido modelado por

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}) + \nabla \cdot (\mathbf{v}\mathbf{v}) \right) - \nabla \cdot (\eta_S \nabla \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\eta_S (\nabla \mathbf{v})^T \right) + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_P, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_P + \lambda(p) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_P = \eta_P(p) \left(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right), \quad (3)$$

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_P = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}_P}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}\boldsymbol{\tau}_P) - \boldsymbol{\tau}_P \cdot \nabla \mathbf{v} - (\nabla \mathbf{v})^T \cdot \boldsymbol{\tau}_P, \quad (4)$$

$$\eta_P(p) = \eta_{P_0} (1 + \gamma (p - p_{ref})), \quad (5)$$

$$\lambda(p) = \lambda_0 (1 + \gamma (p - p_{ref})), \quad (6)$$

onde ρ é a massa específica constante do fluido, \mathbf{v} é o vetor velocidade, p é a pressão, $\boldsymbol{\tau}_P$ é o tensor extra-tensão polimérico, η_S a viscosidade do solvente, η_{P_0} e λ_0 a viscosidade do polímero e o tempo de relaxação, respectivamente, a uma pressão de referência p_{ref} , a qual neste trabalho será considerada como sendo nula, e γ o coeficiente da viscosidade dependendo da pressão, cuja unidade de medida é inversa a da pressão. Da literatura [7], os valores de γ estão entre 10 e 50 GPa^{-1} para polímeros fundidos, 10 e 70 GPa^{-1} para lubrificantes e, 10 e 20 GPa^{-1} para óleo mineral.

Para a metodologia Log-conformation inclui-se a modelagem do tensor Θ , o qual se relaciona com o tensor extra-tensão $\boldsymbol{\tau}_p$ por meio do tensor Conformação \mathbf{A} , basicamente por: $\Theta = \ln(\mathbf{A})$ e $\boldsymbol{\tau}_p = \frac{\eta_p}{\lambda} (\mathbf{A} - \mathbf{I})$. Detalhes desta metodologia podem ser encontrados em [5].

Neste trabalho é considerada uma geometria com $h = 1m$, $H = 4h$, $L = l = 100h$ e uma velocidade média na saída do fluido de $U_{out} = 1m/s$. A velocidade de entrada do fluido é dada em função da velocidade U_{out} e do tempo t , expressa na equação (7) :

$$U_{in}(t) = \frac{1 - \cos(\pi t)}{8} U_{out}, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad \text{e} \quad U_{in}(t) = 0.25 U_{out}, \quad t > 1. \quad (7)$$

Além deste perfil de velocidade aplicado na entrada, as demais condições de contorno são: $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\tau}_P$ calculado por extrapolação linear e condições de Neumann homogêneas na direção normal ao contorno para p e Θ nas paredes; $v_y = 0$, $\boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{0}$, $\Theta = \mathbf{0}$ e $\partial p / \partial x = 0$ (Neumann homogênea) na entrada; e condições de Neumann homogêneas na direção normal ao contorno para todas as variáveis \mathbf{v} , p , $\boldsymbol{\tau}_P$ e Θ na saída.

Para efeito de comparação, para que as escalas, dimensões e unidades de medidas das propriedades não interfiram, os resultados serão apresentados na forma adimensional. Sendo assim, surgem números e parâmetros importantes e conhecidos na literatura: o número de Reynolds ($Re = \rho U_{out} H / \eta_{P_0}$), o número de Deborah ($De = \lambda_0 U_{out} / H$) e a contribuição Newtoniana do fluido ($\beta = \eta_S / (\eta_S + \eta_{P_0})$).

3 Resultados Clássicos

O trabalho de Pimenta e Alves [10], que motivou os estudos da seção 4 deste trabalho, será revisitado agora para apresentação do comportamento dos escoamentos viscoelásticos, segundo a

modelagem padrão Oldroyd-B, observando a formação e tamanho dos vórtices, fenômenos característicos de escoamentos em uma contração 4:1. Os resultados dos trabalhos anteriores [1], [3], [4] e [9] também serão considerados.

Desta forma, para este trabalho os parâmetros considerados são: $\eta_p = 0.88889m^2s^{-1}$, $\eta_s = 0.11111m^2s^{-1}$, $\rho = 0.01kgm^{-3}$, $U_{out} = 1ms^{-1}$, λ valores de 1 a 5s, levando a $\beta = \frac{1}{9}$, $Re = 0.01$ e De assumindo valores de 1 a 5.

A Figura 2 apresenta os resultados dos trabalhos clássicos [1], [3], [4], [9] e [10] juntamente com os resultados numéricos obtidos neste presente trabalho considerando uma malha mais refinada em locais próximos onde há a formação de vórtices, cujas dimensões das células são: $\Delta x_{min}/(h/2) = 0.00296$, $\Delta x_{max}/(h/2) = 9.158$, $\Delta y_{min}/(h/2) = 0.00304$ e $\Delta y_{max}/(h/2) = 0.162$. As Figuras 2 (a) e (b) apresentam as evoluções dos comprimentos dos vórtices \tilde{X}_R e \tilde{X}_L , respectivamente, com o aumento do número de Deborah De . Em todo este trabalho, o comprimento dos vórtices foi medido detectando a mudança de sinal na componente da velocidade.

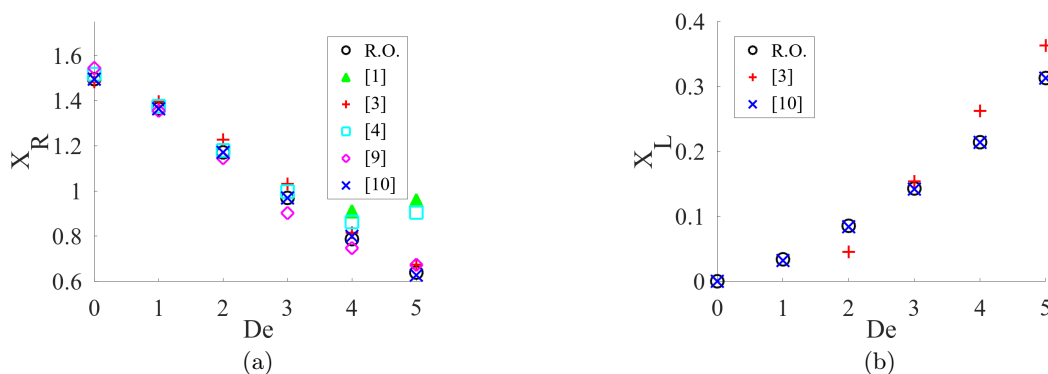


Figura 2: Comprimentos dos vórtices \tilde{X}_R (a) e \tilde{X}_L (b) em função de De : resultados obtidos no presente trabalho (R.O.) e os resultados apresentados por [1], [3], [4], [9] e [10]. Fonte: Elaboração dos autores.

Como reportado em [10], todos os resultados seguem em boa ou razoável concordância considerando $De < 4$. Para $De \geq 4$, Pimenta e Alves [10] atribuem a notável diferença dos resultados de Afonso et al. [1] à aplicação da condição de contorno aos componentes do tensor extra-tensão polimérico nas paredes. Pode-se notar que o aumento da elasticidade (aumento de De) causa um aumento do vórtice X_L (Figura 2 (b)), que está relacionado ao aumento das tensões na quina da contração e, por outro lado, gera uma diminuição do vórtice X_R (Figura 2 (a)). Porém, estes aspectos não estão totalmente elucidados no que diz respeito a independência da malha e valor crítico de Deborah, por isso, em [10] os autores utilizaram uma elevada resolução da malha espacial para alcançar uma precisão local não reportada até então (ver [10]).

4 Resultados com Parâmetros Variáveis com a Pressão

Nessa seção serão analisados os comportamentos dos escoamentos viscoelásticos quando a viscosidade e o tempo de relaxação dependentes da pressão são considerados na modelagem matemática. Esta análise será realizada observando a influência na formação e tamanho dos vórtices, fenômenos característicos de escoamentos em uma contração 4:1.

Os parâmetros viscosidade polimérica (η_P) e tempo de relaxação (λ) são expressos pelas equações (5) e (6), variando linearmente com a pressão. Para as simulações desta seção foi utilizada a metodologia Log-Conformation, portanto, por restrições das equações implementadas no *rheoTool*, devemos, obrigatoriamente, utilizar $f_{\eta_P}(p) = f_{\lambda}(p)$.

Com base na escolha da malha apresentada na seção 3, que resultou em boa concordância com os resultados de Pimenta e Alves [10] (e também de [1], [3], [4] e [9]), seguiremos nesta seção com

as mesmas configurações de domínio e malha da seção anterior 3.

A comparação entre os valores do comprimento dos vórtices são ilustrados nas Figuras 3(a) e 3(b) para os vórtices \tilde{X}_R e \tilde{X}_L , respectivamente, com $\gamma = 0, 10^{-4}$ e 10^{-3} , $De = 1, 2, 3, 4$ e 5 , $\beta = 1/9$ e $Re = 0.01$.

Nota-se na Figura 3(a) que com o aumento do número de Deborah (De) há uma redução no tamanho do vórtice \tilde{X}_R , assim como ocorre com o modelo padrão ($\gamma = 0$). Além disso, o aumento do parâmetro γ faz com que haja uma maior redução no tamanho do vórtice \tilde{X}_R . Por outro lado, observando a Figura 3(b), podemos notar que com o aumento de De há um aumento do tamanho do vórtice \tilde{X}_L na nova modelagem, assim como também ocorre na modelagem padrão ($\gamma = 0$), e para valores de γ mais elevados o aumento no tamanho do vórtice \tilde{X}_L é maior.

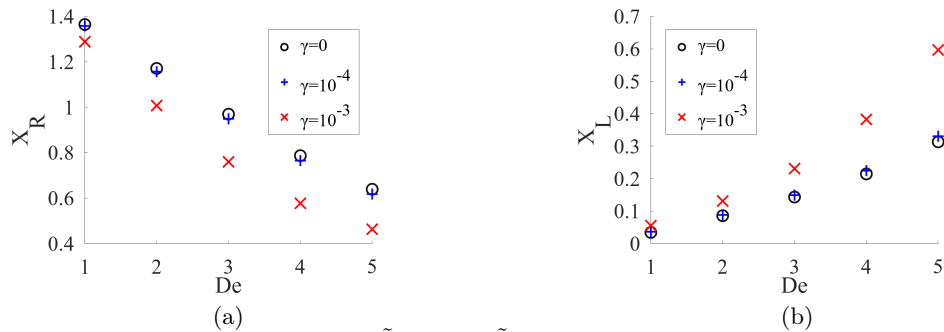


Figura 3: Comprimentos dos vórtices \tilde{X}_R (a) e \tilde{X}_L (b) em função de De , para diferentes valores de γ : $\gamma = 0$ (modelo Oldroyd-B padrão), $\gamma = 10^{-4}$ e 10^{-3} . Fonte: Elaboração dos autores.

Nas Figuras 4(a) e 4(b) são apresentados os tamanhos dos vórtices \tilde{X}_R e \tilde{X}_L , respectivamente, para $De = 2$, $\beta = 1/9$ e $Re = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04$ e 0.05 , para $\gamma = 0$ e $\gamma = 10^{-3}$. Quanto ao vórtice \tilde{X}_R (Figura 4(a)), podemos observar que para $\gamma = 10^{-3}$ há a formação de um vórtice menor do que o obtido pelo modelo padrão, e, além disso, o aumento do número de Reynolds (Re) leva a uma leve redução no tamanho do vórtice em ambas as abordagens. Agora para o vórtice \tilde{X}_L , exposto na Figura 4(b), ocorre o contrário, e não havendo diferenças significativas no tamanho \tilde{X}_L com o aumento de Re . Os resultados das Figuras 3 e 4 mostram que para estes valores baixos de Re escolhidos a maior influência no tamanho dos vórtices vem dos efeitos elásticos e não inerciais.

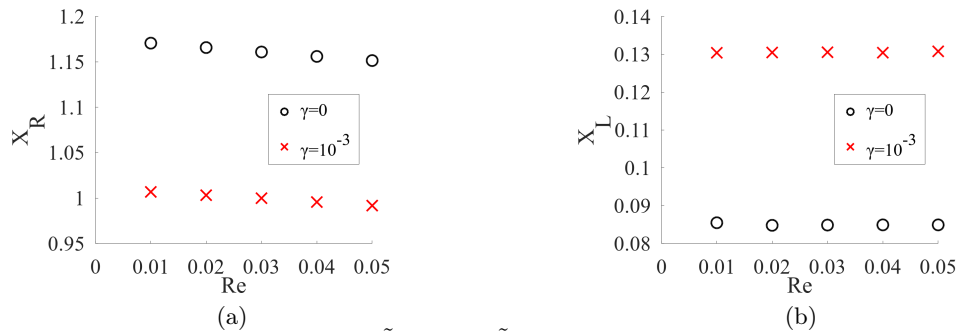


Figura 4: Comprimentos dos vórtices \tilde{X}_R (a) e \tilde{X}_L (b) em função de Re , para diferentes valores de γ : $\gamma = 0$ (modelo Oldroyd-B padrão), $\gamma = 10^{-3}$ (nova modelagem). Fonte: Elaboração dos autores.

As Figuras 5(a) e 5(b) ilustram o tamanho dos vórtices \tilde{X}_R e \tilde{X}_L , respectivamente, para $De = 2$, $Re = 0.01$ e $\beta = 0, 1/9, 2/9, 3/9, 4/9$ e $5/9$, para $\gamma = 0$ e $\gamma = 10^{-3}$. Considerando a Figura 5(a), o aumento do parâmetro β , ou seja, à medida que a contribuição newtoniana da viscosidade do fluido aumenta, o tamanho do vórtice \tilde{X}_R também aumenta. Podemos destacar que, à medida que valores de β aumentam, a diferença do tamanho dos vórtices \tilde{X}_R entre o novo modelo e o modelo padrão diminuem. No caso do vórtice \tilde{X}_L (Figura 5(b)), o aumento do parâmetro β leva a uma

redução no tamanho dos vórtices em ambas as modelagens. E, de forma semelhante para o vórtice \tilde{X}_R , a diferença de tamanho entre os vórtices \tilde{X}_L da nova modelagem e da modelagem padrão diminuem ao incrementar o parâmetro β .

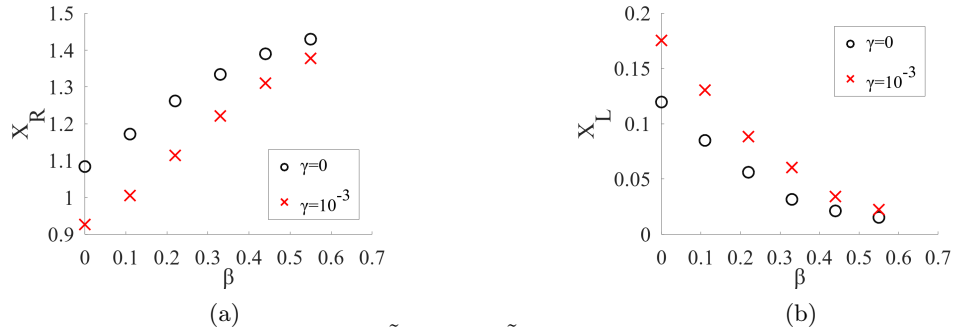


Figura 5: Comprimentos dos vórtices \tilde{X}_R (a) e \tilde{X}_L (b) em função de β , para diferentes valores de γ : $\gamma = 0$ (modelo Oldroyd-B padrão), $\gamma = 10^{-3}$ (nova modelagem). Fonte: Elaboração dos autores.

Na Figura 6 são apresentas as linhas de corrente, próximo a contração, para $De = 2$ e 5 , com $\gamma = 10^{-3}$, $\beta = 1/9$ e $Re = 0.01$. Em trabalho futuro, o contorno da pressão bem como dos componentes do tensor extra-tensão polimérico serão incluídos para maiores discussões.

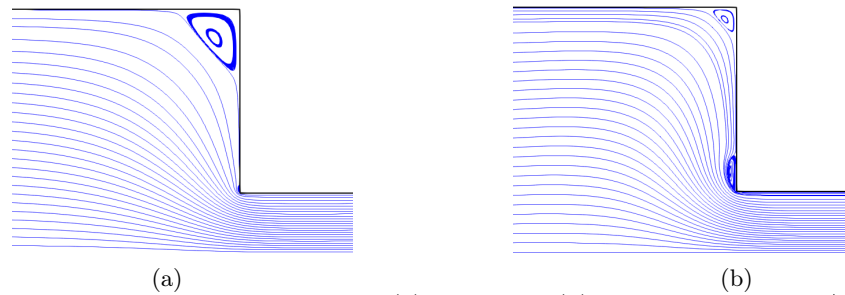


Figura 6: Linhas de corrente para: $De = 2$ (a) e $De = 5$ (b). $Re = 0.01$, $\beta = 1/9$ e $\gamma = 10^{-3}$. Fonte: Elaboração dos autores.

5 Considerações Finais

O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo paramétrico do escoamento em uma contração 4:1 para a nova modelagem, com a viscosidade e o tempo de relaxação sendo influenciados pela pressão, e deste modo modificando o comportamento do escoamento, em relação ao modelo padrão.

Foram executadas simulações com valores de $\gamma = 0, 10^{-4}$ e 10^{-3} , $De = 1, 2, 3, 4$ e 5 , $Re = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04$ e 0.05 , e $\beta = 0, 1/9, 2/9, 3/9, 4/9$ e $5/9$. Observa-se a redução no tamanho do vórtice X_R com o aumento dos parâmetros γ , De e Re , e redução do parâmetro β . Para o vórtice X_L , há um aumento em seu tamanho juntamente com o incremento dos parâmetros γ e De , e decremento do parâmetro β . Entretanto, com a variação do número de Reynolds (Re) não houve alteração em seu tamanho.

Com base nos resultados numéricos apresentados, com escoamentos viscoelásticos em que a viscosidade polimérica e o tempo de relaxação dependem da pressão, podemos concluir que este trabalho traz contribuições no estudo de fluidos viscoelásticos e para a Reologia Computacional, exibindo a forte influência dessa variação da viscosidade e tempo de relaxação com a pressão, este tipo de fluido, em uma contração 4:1. Em trabalhos futuros, devemos analisar o comportamento da pressão ao longo deste escoamento, como foi retrato em [6], assim como dos componentes do tensor extra-tensão polimérico.

Agradecimentos

L. Haines Jr, G.S. Paulo e M.S.B. Araújo agradecem, respectivamente, o PICME/CAPES, o cluster lsncs da FCT/UNESP e o Centro de Computação de Alto Desempenho da UFPA.

Referências

- [1] A.M. Afonso, P.J. Oliveira, F.T. Pinho e M.A. Alves. “Dynamics of high-Deborah-number entry flows: a numerical study”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 677 (2011), pp. 272–304. DOI: 10.1017/jfm.2011.84.
- [2] C. Barus. “Note on the Dependence of Viscosity on Pressure and Temperature”. Em: **Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences** 27 (1891), pp. 13–18.
- [3] E. Castillo e R. Codina. “Variational multi-scale stabilized formulations for the stationary three-field incompressible viscoelastic flow problem”. Em: **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering** 279 (2014), pp. 579–605. DOI: 0.1016/j.cma.2014.07.006.
- [4] R. Comminal, J.H. Hattel, M.A. Alves e J. Spangenberg. “Vortex behavior of the Oldroyd-B fluid in the 4-1 planar contraction simulated with the streamfunction–log-conformation formulation”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 237 (2016), pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2016.09.005.
- [5] R. Fattal e R. Kupferman. “Time-dependent simulation of viscoelastic flows at high Weissenberg number using the Log-conformation representation”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 126 (2005), pp. 23–37. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2004.12.003.
- [6] L. Haines Jr. e G. S. Paulo. “As Relações da Viscosidade e do Tempo de Relaxação com a Pressão no OpenFOAM”. Em: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. 2022, pp. 010240-1–7. DOI: 10.5540/03.2022.009.01.0240.
- [7] K. D. Housiadas e G. C. Georgiou. “Analytical solution of the flow of a Newtonian fluid with pressure-dependent viscosity in a rectangular duct”. Em: **Applied Mathematics and Computation** 322 (2018), pp. 123–128. DOI: 10.1016/j.amc.2017.11.029.
- [8] S. Karra, V. Prusa e K. R. Rajagopal. “On Maxwell fluids with relaxation time and viscosity depending on the pressure”. Em: **International Journal of Non-Linear Mechanics** 46 (2011), pp. 819–827. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2011.02.013.
- [9] E. Mirzakhali e A. Nejat. “High-order solution of viscoelastic fluids using the discontinuous Galerkin method”. Em: **Journal of Fluids Engineering** 137 (2015), pp. 031205. DOI: 10.1115/1.4028779.
- [10] F. Pimenta e M. A. Alves. “Stabilization of an open-source finite-volume solver for viscoelastic fluid flows”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 239 (2017), pp. 85–104. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2016.12.002.
- [11] F. Pimenta e M.A. Alves. **rheoTool**. Online. Acessado em 15/03/2024, <https://github.com/fppimenta/rheoTool>. 2016.
- [12] G. W. Roberts e K. Walters. “On viscoelastic effects in journal-bearing lubrication”. Em: **Rheologica Acta** 31 (1992), pp. 55–62. DOI: 10.1007/BF00396467.
- [13] G.G. Stokes. “On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of Equilibrium and Motion of Elastic Solids”. Em: **Transactions of the Cambridge Philosophical Society** 8 (1845), pp. 287–305.