

# Matemática Recreativa como Ferramenta na Extensão Universitária: uma Experiência da Caravana da Matemática

Beatriz Motta,<sup>1</sup> Reginaldo Braz,<sup>2</sup> Sandro R. Mazorche,<sup>3</sup> Nelson Dantas,<sup>4</sup> Valéria Mattos,<sup>5</sup> Yuri B. E. Kneipp,<sup>6</sup> Vitória S. de Oliveira,<sup>7</sup> Letícia P. Paulino,<sup>8</sup> Matheus V. Nicolai,<sup>9</sup> Bruno Vassolli,<sup>10</sup> Giovanna F. Ribeiro<sup>11</sup>  
 UFJF, Juiz de Fora, MG

**Resumo.** A Caravana da Matemática é um projeto de extensão do Departamento de Matemática (DM) da UFJF que busca promover a melhoria do ensino de matemática através de atividades de matemática recreativa e de divulgação científica. Pensado, produzido e executado por professores e alunos do DM, o projeto atua em visitas a escolas da região de Juiz de Fora, e também em redes sociais. Em seus mais de 6 anos de atividade, o projeto amadureceu e acumulou experiência na prática extensionista, colaborando ainda com a formação de graduandos e fortalecendo uma cultura extensionista no DM. Neste trabalho, descrevemos e refletimos sobre as atividades presenciais do projeto no período de dezembro de 2022 a dezembro de 2023.

**Palavras-chave.** Extensão universitária, divulgação científica, jogos matemáticos

## 1 Introdução

São muitos os dados que indicam o quadro preocupante do ensino de Matemática no país [13], [12], [8]. A Universidade, como centro de produção de conhecimento e formação de educadores, tem obrigação de atuar para contribuir com a mudança desse quadro. Para isso a extensão universitária é uma ferramenta valiosa. Nesse contexto, surgiu, em 2018, o projeto de extensão Caravana da Matemática, que faz divulgação científica em escolas da região e redes sociais.

A proposta da Caravana da Matemática é divulgar a matemática de forma acessível e descontraída, livre das amarras curriculares dos cursos formais para o público de ensinos fundamental e médio. Concordamos com Bessa [4] que a divulgação científica é tornar a ciência de domínio público e, para que de fato chegue ao seu destino, é fundamental que o conhecimento científico saia do ambiente acadêmico e comece a circular em ambientes acessíveis à sociedade. Ainda, como pontua Chaves [5], em ações de divulgação, podemos nos libertar da avaliação e contemplar apenas o interesse a despertar e a visão a enriquecer.

Nas visitas escolares, a Caravana da Matemática sai da Universidade, atravessa os muros das escolas, aproximando dois universos que, por vezes, parecem distantes. Assim, as atividades nas

---

<sup>1</sup>beatriz@ice.ufjf.br

<sup>2</sup>reginaldobraz@ice.ufjf.br

<sup>3</sup>sandro.mazorche@ufjf.br

<sup>4</sup>nelson.louza@ufjf.br

<sup>5</sup>valeria.rosa@ufjf.br

<sup>6</sup>yuri.kneipp@estudante.ufjf.br

<sup>7</sup>vtoriasilva.oliveira@estudante.ufjf.br

<sup>8</sup>leticiapaulino.pires@estudante.ufjf.br

<sup>9</sup>16607493793@estudante.ufjf.br

<sup>10</sup>bruno.vassolli@engenharia.ufjf.br

<sup>11</sup>giovanna.frigato@estudante.ufjf.br

escolas são uma oportunidade de estarmos próximos da comunidade em seu próprio ambiente apresentando a matemática como uma ciência em construção, alcançável e compreensível. Desde 2018, o projeto, em seu formato presencial, atendeu mais de 70 escolas em Juiz de Fora e região, totalizando quase 6000 pessoas, entre discentes, docentes e equipes pedagógicas. O trabalho da Caravana da Matemática contribui ainda para a formação dos graduandos envolvidos no projeto, que, além de estarem dentro das escolas, formam-se divulgadores científicos. Tivemos, por exemplo, três alunos que defenderam Trabalhos de Conclusão de Curso a partir de sua participação no projeto [1, 16, 17]. As ações impactam também os professores envolvidos, que podem compreender melhor a comunidade que a Universidade atende e também o vasto campo que é a extensão universitária. Como resultado dessas ações, o projeto publicou 2 capítulos de livros [9, 10], além de trabalhos no 40º CNMAC [11] e 9º CBEU sobre nosso trabalho de divulgação online. Ainda, pontuamos que a Caravana da Matemática nasceu em um Departamento que não se envolvia tanto com a extensão, mas que, hoje em dia, é berço de diversas ações focadas em diferentes públicos. Dessa forma, consideramos que a Caravana da Matemática está muito bem estabelecida como ação de extensão e divulgação científica.

Como ferramenta para divulgação científica nas ações presenciais, o foco da Caravana da Matemática tem sido a matemática recreativa. Bártlová [3] destaca a Matemática Recreativa como uma área ideal para trabalhar aspectos históricos e multiculturais da Matemática, que permite o desenvolvimento da criatividade, o prazer em fazê-la, traz em jogo emoções e nos faz sentir parte de um trabalho coletivo realizado pela humanidade há milhares de anos. Essa é uma ferramenta muito rica, que já foi explorada por grandes matemáticos, como Euler (1707 – 1788), e também marco do nascimento de novas áreas da matemática, como a Teoria de Grafos, que começou com o problema das Pontes de Königsberg [18]. Destacamos ainda como influências da Caravana da Matemática em matemática recreativa os trabalhos do brasileiro Júlio César de Melo e Sousa (1895 - 1974), mais conhecido como Malba Tahan, e do americano Martin Gardner (1914 - 2010).

Entre dezembro de 2022 e dezembro de 2023, a Caravana da Matemática esteve em 11 escolas em Juiz de Fora, Simão Pereira e Pedro Teixeira (todas na Zona da Mata Mineira). Ainda, o projeto atendeu os alunos do polo UFJF do Programa de Iniciação Científica da OBMEP por duas vezes, em maio e dezembro de 2023, e apresentou-se na 28ª Semana da Matemática da UFJF em outubro de 2023. Nesse trabalho, apresentamos como funcionaram as visitas às escolas, abordando não só as atividades experimentadas, mas também refletindo sobre o que esperávamos e o que observamos no funcionamento das ações.

## 2 Relato das atividades

As visitas escolares são realizadas por uma equipe formada por alunos e professores do projeto e seguem, em geral, um mesmo roteiro: começamos com uma atividade coletiva e, em seguida, passamos aos jogos e desafios. Durante o ano compreendido nesse artigo, essa atividade inicial foi uma mágica com tema paridade, que era apresentada pelos membros do projeto chamando alunos da escola como voluntários para ajudar. A ideia de começar dessa forma é “quebrar o gelo”: um aquecimento que convida os alunos a participarem da atividade, mas ainda com a condução mais presente da equipe da Caravana. Em seguida, os alunos podem explorar os demais materiais em duplas ou pequenos grupos, de forma a exercitar a cooperação e trocar conhecimentos.

Durante a execução das atividades pelos alunos da escola, a equipe da Caravana da Matemática acompanha dando as instruções necessárias, mas permitindo também que haja espaço para que eles tentem sozinhos elaborar soluções. Há ainda intervenções feitas pelos membros do projeto no sentido de incentivar a discussão sobre a atividade e seus desdobramentos entre os alunos, conforme descreveremos a seguir.

A mágica é uma atividade interativa que convida o público a participar de uma investigação



matemática: descobrir o segredo do mágico. O material utilizado é simples: um quadro magnético, 9 peças circulares com uma face azul e outra roxa e uma peça circular maior, que serve para esconder um dos círculos coloridos. Como 9 é ímpar e há 2 cores, se cada peça circular está com uma face pra cima, sempre teremos uma quantidade ímpar de uma cor e uma quantidade par da outra. Um movimento que altere a face aparente de uma dessas peças inverte a paridade das cores. O funcionamento da mágica está baseado nesse mecanismo. A mágica é executada, a princípio, por dois alunos do projeto, o mágico e seu assistente. Eles começam convidando algum estudante para, sem que o mágico veja, vire uma quantidade de peças combinada entre todos e esconda uma delas com o círculo maior. O mágico, então, adivinha a cor da peça escondida usando a noção de paridade. A ação é repetida convidando outros alunos e, o tempo todo, perguntando se os demais já descobriram o segredo. Incentiva-se, então, que os estudantes façam o papel de mágico e apresentem seus argumentos para descobrir a mágica. Nesse momento, a equipe do projeto aproveita para levantar questões sobre a atividade: faz diferença quantas peças são viradas pelo aluno? Faz diferença embaralhar as peças? Faz diferença o número de peças de cada cor? Faz diferença o número total de peças? A atividade é encerrada com a apresentação da explicação matemática da mágica e com a reprodução da mesma por alguns alunos da escola no papel de mágicos, agora cientes de como descobrir o segredo.



Figura 1: Mágica (acervo do projeto)

Já com os alunos da escola aquecidos e animados, passa-se para a segunda parte da visita, que envolve uma série de atividades espalhadas pelo espaço (quadra, pátio, refeitório, etc) para que todos possam explorá-las. Essas atividades podem ser adaptadas dependendo do público atendido, mas vamos descrevê-las de forma geral a seguir.

Os labirintos coloridos são tapetes reticulados quadrados formados por placas coloridas que devem ser percorridos respeitando algumas regras: a pessoa deve entrar e sair pelos pontos marcados andando sempre em 3 quadrados de uma cor e trocando obrigatoriamente de cor em seguida. Os alunos são convidados a tentar cumprir o labirinto com a ajuda dos colegas. Essa é uma atividade baseada em [6] que agrada todas as idades e tem diversos objetivos, como trabalhar o raciocínio lógico e a noção de algoritmo. Observamos que, em geral, os alunos fazem algumas tentativas iniciais no sentido de compreender as regras e, esclarecidas as dúvidas, especialmente para os menores, o trabalho de cooperação é muito importante para a solução do problema. Já com os alunos de séries mais avançadas, é possível levantar questionamentos típicos do trabalho matemático como unicidade de solução ou qual seria a solução com menos passos. Em particular, essa é uma das atividades que também já foi apresentada em eventos para alunos de graduação e pesquisadores em matemática. Não nos surpreendeu descobrir que todos se animavam com o desafio e foi uma experiência interessante notar os diferentes níveis de questionamentos sobre regras ou curiosidades da atividade dependendo do nível de formação do público.



Figura 2: Labirintos coloridos (acervo do projeto)

O Jogo dos Dados é um grande sucesso nas visitas escolares. Ele é formado por 2 conjuntos de 9 fichas cada conjunto de uma cor e numerado de 1 a 9, além de 2 dados tradicionais de 6 faces. Cada jogador escolhe uma das cores e, em sua vez, lança os dois dados. Em seguida, ele deve fazer uma operação simples (soma, subtração, divisão ou produto) com os números obtidos nos dados dando algum número de 1 a 9 e retirar a ficha com esse número. O objetivo é ser o primeiro a acabar com todas as fichas. Além de ser uma interessante forma de exercitar o raciocínio aritmético, o jogo trata de tomada de decisão. Por exemplo, podemos falar sobre a probabilidade de conseguir obter números nos dados e, inclusive, se há algum número de 1 a 9 mais ou menos difícil de obter com as operações simples entre os números de 1 a 6.



Figura 3: Jogo dos Dados e Jogo dos Quatro 4s (acervo do projeto)

O Jogo dos Quatro 4s é um conhecido problema de matemática recreativa publicado impresso pela primeira vez no século XIX (veja [2]). Nesse problema, solicita-se que o jogador use exatamente quatro números 4 e operações matemáticas conhecidas para obter certo número fixado. Na atividade feita pela Caravana da Matemática sobre esse problema pedimos que os alunos encontrem os números de 0 a 10 utilizando exatamente quatro algarismos 4 e apenas soma, produto, divisão, subtração, parênteses e concatenação. Essa atividade é bastante interessante para praticar as operações matemáticas, mas também para praticar o uso dos parênteses e organização da ordem das operações. Mas, ainda, como os participantes precisam decidir que operações usar, o Jogo dos Quatro 4s se apresenta como uma prática de tomada de decisão e também de pensamento investigativo. Em geral, ao conseguir obter um número fixado, os alunos perguntam se tem outra forma de resolver aquele problema. Essa pergunta é imediatamente devolvida, incentivando uma nova tentativa. Além disso, uma pergunta natural é: por que parar no 10? Ou o que seria possível tendo mais operações permitidas? Primeiro, paramos no 10 para dar um objetivo final na atividade. Com essas operações citadas, há números que não podem ser construídos, como 11 e 23, e outros, maiores que 10, que podem, como 12 e 28. Hoje, sabe-se que esse problema, aumentando a variedade de operações permitidas, pode ser resolvido até o número 40000 como resultado (veja

[19]). Essa é uma informação que damos aos alunos que participam da atividade como forma de mostrar que um problema de matemática recreativa pode ir muito mais longe do que imaginamos.

O quadrado mágico é um quebra-cabeças clássico sem origem definida, mas com registros de existência séculos antes da Era Comum. Usualmente, um quadrado mágico é uma tabela quadrada que deve ser preenchida por números pré-definidos de forma que cada linha, cada coluna e cada diagonal apresente a mesma soma, chamada número mágico. No projeto, temos dois quadrados mágicos, um é formado pelos números de 1 a 9, cujo número mágico é 15, e outro formado também por 9 números com número mágico 177. Os participantes do jogo são incentivados a pensar como decidir a posição dos números sem ser apenas por tentativa e erro. Além disso, quando enfim conseguem montar o quadrado, o mediador da atividade propõe perguntas tais como: será que essa é a única solução possível? Se não, quantas são as soluções possíveis? Será que é possível alterar a ordem de um par de linhas ou colunas e manter o quadrado "funcionando"? Essas perguntas são interessantes para provocar o pensamento lógico dos alunos e, ainda, introduzir problemas abertos em matemática. Por exemplo, para quadrados mágicos  $3 \times 3$ , sabe-se que existe apenas uma solução a menos de rotações e reflexões, mas para quadrados de ordens maiores sabe-se que existem mais soluções, porém, a quantidade de soluções não é sempre conhecida. Esse tipo de observação mostra que um jogo simples e antigo pode levar questões matemáticas ainda não resolvidas.



Figura 4: Quadrados mágicos e geomágico (acervo do projeto)

A partir da atividade dos quadrados mágicos, apresentamos também os quadrados geomágicos, introduzidos por Lee Sallows no fim dos anos 1990 (veja [15] e [14]). Nessa atividade, 9 peças de EVA devem ser dispostas como uma tabela  $3 \times 3$  de forma que, juntas, as peças de cada linha, cada coluna e cada diagonal formem a mesma figura mágica. O mais interessante dessa atividade é que ela pode ser solucionada usando pensamento geométrico, mas também pensamento algébrico de forma análoga à solução do quadrado mágico de números. A ideia é que os alunos percebam essa relação sozinhos, mas os membros do projeto apresentam essa ligação caso não aconteça tal descoberta. É possível ainda utilizar as atividades dos quadrados mágicos e geomágicos para falar sobre a (ainda pouco conhecida) fórmula de Édouard Lucas, que caracteriza todos os quadrados mágicos  $3 \times 3$  algebricamente em função de inteiros  $a, b, c$  sob certas condições. Essa caracterização é o ponto de nascimento dos quadrados geomágicos.

Outra atividade relacionada com a ideia de quadrado mágico é a dos quadrados latinos. Um quadrado latino é uma tabela quadrada  $n \times n$  preenchida com  $n$  símbolos distintos de forma que cada símbolo apareça exatamente uma vez em cada linha e cada coluna. Esse tipo de problema foi publicado pela primeira vez em 1700 por Choi Seok-jeong, justamente para construir um quadrado mágico (veja [7]). No projeto, temos um conjunto de 16 fichas circulares, sendo 4 conjuntos de 4 cores com os números de 1 a 4. Desconsiderando os números, pode-se formar um quadrado latino em que cada cor aparece exatamente uma vez em cada linha e cada coluna. Ainda, desconsiderando as cores, pode-se formar um quadrado latino em que cada número de 1 a 4 aparece exatamente uma vez em cada linha e cada coluna. Juntos, esses dois quadrados latinos formam um par de

quadrados latinos ditos ortogonais. A grande dificuldade da atividade é formar esse par de uma só vez: cada número de 1 a 4 e cada cor aparecendo exatamente uma vez em cada linha e cada coluna. Aqui, uma questão é: será que é mais fácil partir de um dos dois quadrados latinos e tentar formar o outro? Ou será mais fácil tentar construir os dois ao mesmo tempo?



Figura 5: Quadrados latinos (acervo do projeto)

### 3 Considerações Finais

Ao longo dos seis anos de visitas escolares, pudemos notar que as atividades desenvolvidas apresentam qualidades que vem de encontro ao objetivo do projeto de fazer divulgação científica. Primeiro, são atividades de proposição simples, facilmente apresentáveis para públicos de diferentes nível de formação. São atividades atraentes, que captam a atenção, seja pelo charme da mágica, pelo inusitado do aluno ser uma peça do jogo como nos tapetes ou pelo desafio acessível dos quatro 4s. Ainda, essas atividades funcionam muito bem como um catalisador para uma conversa sobre matemática. Por exemplo, os quadrados mágicos e geomágicos servem de pretexto para levantar problemas em aberto em matemática ou até abordar temas de pesquisa em matemática pura. Com isso, pode-se desmistificar a ideia de que a matemática está pronta e completa. Ainda, possibilita-se que cada uma das pessoas redescubra conceitos, atuando em uma investigação matemática com as ferramentas que tiver, assim resignificando sua relação com a ciência e se reconhecendo como um agente capaz de fazer matemática. Dessa forma, temos uma ação que une extensão, ensino e pesquisa convergindo de maneira natural.

### Referências

- [1] G. Avelar e R. Braz. **A divulgação científica da matemática nas redes sociais**. Trabalho de Conclusão de Curso em Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora. 2021.
- [2] P. Ballew. **Before there were Four-Fours, there were four threes, and several others**. Online. Acessado em 15/03/2024, <https://pballew.blogspot.com/2018/12/before-there-were-four-fours-there-were.html>.
- [3] T. Bárťlová. “History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics”. Tese de doutorado. Charles University in Prague. Faculty of Mathematics and Physics – Department of Mathematical Analysis, 2016.
- [4] E. Bessa. “O que é divulgação científica?” Em: **Divulgação científica e redação para professores**. Ideias, 2015.
- [5] M. Chaves. **A divulgação científica da Matemática**. Online. Acessado em 15/03/2024, <http://www.mat.uc.pt/~lnv/debate2/ManuelAralaChaves.html>.



- [6] A. Gilbert e R. Abbott. **The Stepping-Stone maze: A "self-wiring" multi-state maze**. Online. Acessado em 26/03/2024, [https://www.gathering4gardner.org/g4g10gift/puzzles/Gilbert\\_Andrea-The\\_Stepping-Stone\\_Maze.pdf](https://www.gathering4gardner.org/g4g10gift/puzzles/Gilbert_Andrea-The_Stepping-Stone_Maze.pdf).
- [7] M. Maciel e B. Motta. **Planos projetivos finitos e aplicações em jogos, grafos, designs e códigos**. Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática. Universidade Federal de Juiz de Fora. 2023.
- [8] L. Mori. **BBC Brasil News: Até alunos mais ricos no Brasil estão abaixo da média global em Matemática, aponta PISA**. Online. Acessado em 08/01/2024, <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cv2zx819rg4o>.
- [9] B. Motta, R. Batista, M. Kistemann Jr. e S. Mazonche. "Caravana da Matemática (UFJF): a Matemática que vai até você!!!" Em: **Artes em Educação Matemática**. Ed. por R. da Silva. Vol. 1. Fi, 2019, pp. 143–180.
- [10] B. Motta, R. Braz, S. Mazonche, V. Mattos, N. Louza, A. Silva, A. Leão, G. Avelar, L. Naves, S. Santos, T. Schincariol e T. Rodrigues. "Caravana da Matemática: Extensão em Matemática em tempos de pandemia". Em: **Pandebok: Cabeças Pensantes na Pandemia**. Ed. por M. Kistemann Jr e F. Sevarolli. Vol. 3. Akademy, 2022, pp. 1–180.
- [11] B. Motta, R. Braz, S. Mazonche, N. Louza, V. Mattos, G. Avelar, L. Naves e S. Santos. "Caravana da Matemática: uma experiência de divulgação científica em redes sociais". Em: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics 8.1** (2021). DOI: 10.5540/03.2021.008.01.0381.
- [12] Jornal Nacional. **Resultados de testes mostram impacto da pandemia em alunos do ensino médio**. Online. Acessado em 08/01/2024, <https://g1.globo.com/jornal-nacional/playlist/jornal-nacional-ultimos-videos.ghtml#video-10592092-id>.
- [13] I. Palhares. **Jornal Folha de São Paulo: 96% dos alunos da rede estadual de SP concluíram ensino médio sem saber resolver equação de 1º grau**. Online. Acessado em 08/01/2024, <https://www1.folha.uol.com.br/educacao/2022/03/96-dos-alunos-da-rede-estadual-de-sp-concluíram-ensino-medio-sem-saber-resolver-equacao-de-1o-grau.shtml>.
- [14] L. Sallows. **Geomagic Squares (website)**. Online. Acessado em 15/03/2024, <http://www.geomagicsquares.com>.
- [15] L. Sallows. **Geometric Magic Squares: A Challenging New Twist Using Colored Shapes Instead of Numbers**. Dover Publications Inc., 2013. ISBN: 978-0-486-48909-4.
- [16] S. Santos e B. Motta. **Curiosidades e problemas em aberto: uma experiência de divulgação científica com a Caravana da Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso em Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora. 2021.
- [17] B. Vassoli e R. Braz. **Trilha Iluminada: um jogo para o ensino e divulgação da Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso em Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora. 2023.
- [18] Eric W. Weisstein. **Königsberg Bridge Problem**. Online. Acessado em 26/03/2024, <https://mathworld.wolfram.com/KoenigsbergBridgeProblem.html>.
- [19] D. Wheeler. **The Definitive Four Fours Answer Key**. Online. Acessado em 15/03/2024, <https://dwheeler.com/fourfours/>.