

# Investigação Numérica da Propagação de Ondas em Domínio Fechado com Fundo Seco e Úmido

Gustavo B. Kurz<sup>1</sup>, Renato V. Linn<sup>2</sup>  
UFRGS, Porto Alegre, RS  
Régis S. De Quadros<sup>3</sup>, João G. P. Bandeira<sup>4</sup>  
UFPEL, Pelotas, RS

**Resumo.** As ondas de inundação causadas pela ruptura de barragens representam uma ameaça severa para pessoas e propriedades localizadas em regiões a jusante. Este trabalho apresenta simulações numéricas das equações de águas rasas e faz um tratamento numérico para que haja uma boa concordância com os resultados experimentais. A onda de ruptura da barragem foi gerada pela remoção instantânea de uma comporta posicionada no centro de uma parede transversal formando o reservatório. Especificamente, para compreender a influência do nível da água a montante na propagação das ondas, foram realizados três testes sob as condições de fundo seco e úmido com duas profundidades de água a montante diferentes, respectivamente. A presente pesquisa analisa a capacidade do modelo captar a propagação das ondas positivas e negativas originadas pela ruptura da barragem, assim como a reflexão das ondas contra o limite fechado a jusante do canal. Para rastrear padrões da superfície da água foram posicionados sensores em cinco locais diferentes ao longo do canal para obter hidrógrafos do nível da água. As simulações foram comparadas com dados de laboratório e com resultados numéricos obtidos através do software comercial FLOW-3D, resolvendo as SWE (Shallow Waters Equations). A comparação apresentou um acordo razoável com ambos os modelos numéricos, embora o RANS tenha mostrado, em geral, como esperado, um melhor desempenho.

**Palavras-chave.** Águas Rasas, Elementos Finitos, Células Secas, CBS

## 1 Introdução

Eventos significativos de ruptura de barragens desencadeiam fluxos instáveis rapidamente variados a jusante, com potenciais consequências catastróficas. Prever inundações severas é crucial para mitigar perdas humanas e danos materiais, exigindo planos de emergência eficazes [8]. No entanto, a literatura tem tradicionalmente abordado o problema de ruptura de barragens considerando leitos fixos [2], priorizando o movimento da água e negligenciando a interação com processos morfodinâmicos [7]. A maioria das soluções analíticas está limitada a cenários idealizados.

Estudos experimentais, inicialmente conduzidos por [9], focaram em trajetórias de ondas em canais retangulares com diferentes rugosidades no fundo. Pesquisas posteriores, como as de [5], analisaram modelos 3D de ruptura de barragens, porém principalmente em condições de leito seco. Enquanto isso, avanços na computação permitiram simulações numéricas mais sofisticadas, utilizando métodos como Diferenças Finitas e Elementos Finitos para lidar com geometrias complexas e leitos fixos ou erodíveis [3]. No entanto, a maioria desses estudos também se concentrou em leitos secos a jusante da barragem e fronteiras abertas, ignorando reflexões nas paredes do canal.

---

<sup>1</sup>gustavobrk@gmail.com

<sup>2</sup>renatolinn@ufrgs.com

<sup>3</sup>quadros99@gmail.com

<sup>4</sup>joaogabrielpbandeira@gmail.com

Uma abordagem mais precisa envolve a resolução das equações de Navier-Stokes 3D ou das equações de Navier-Stokes Médias de Reynolds, acopladas a modelos de turbulência. Embora modelos simplificados como as Equações de Águas Rasas sejam comumente usados devido à sua eficiência computacional, eles podem não capturar adequadamente mudanças rápidas nas direções horizontal e vertical do fluxo nos estágios iniciais após a ruptura da barragem.

Este estudo adota uma abordagem diferente, investigando numericamente a propagação 3D de ondas de ruptura de barragens em domínios fechados, considerando leitos inicialmente secos e úmidos com diferentes níveis de água a montante. As simulações são realizadas com um programa desenvolvido pelos autores, comparando os resultados com simulações do software de Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) do FLOW-3D, quem tem um solucionário para SWE. Essa abordagem permite conclusões valiosas sobre o fenômeno de ruptura de barragens em condições mais realistas [4].

## 2 Metodologia

### 2.1 Equação de Águas Rasas

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

e conservação do momento:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i u_j) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \tau_{ij} - g_i = 0 \tag{2}$$

com  $i, j$  sendo 1, 2 e 3. No caso do escoamento de águas rasas onde a direção  $x_3$  é vertical, a velocidade vertical  $u_3$  é pequena e as acelerações correspondentes são desprezíveis. A equação do momento na direção vertical pode, portanto, ser reduzida à:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + g = 0 \tag{3}$$

onde  $g_3 = -g$  é a aceleração da gravidade. Integrar com relação à  $x_3$ :

$$p = \rho g (\eta - x_3) + p_a \tag{4}$$

como, quando  $x_3 = \eta$ , a pressão é atmosférica ( $p_a$ ). Note que a pressão pode não ser constante sobre o corpo da água e pode assim influenciar o seu movimento. Na superfície livre, a velocidade vertical  $u_3$  sendo está variável com o tempo. Logo, pode-se derivar diretamente a conservação da profundidade média ( $h$ ), da equação de massa considerando um volume de controle infinitesimal no plano horizontal como:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (h \bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0. \tag{5}$$

onde  $u_i$  é o campo de velocidade média da profundidade. Pode-se ver imediatamente a semelhança com a equação de conservação da massa para escoamentos de gás compressível com  $h$  substituindo a densidade. Agora realiza-se a integração ao longo da profundidade nas equações de momento nas direções horizontais [1], o que resulta em equações de momento com média de profundidade. Integrando a equação (2) entre as superfícies superior e inferior, ou seja,

$$\int_{-H}^{\eta} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} - f_i \right] dx_3 = 0 \tag{6}$$

com  $i = 1, 2$  e  $f_i$  na equação (6) é a aceleração de Coriolis. Após a integração, a equação do momento médio da profundidade equação (6) torna-se:

$$\frac{\partial h\bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}_i\bar{u}_j}{\partial x_j} = -gh\frac{\partial\eta}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}(\tau_{3i}^s - \tau_{3i}^b) + hf_i - \frac{h}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\int_{-H}^{\eta}\tau_{ij} dx_3 \quad (7)$$

onde os sobrescritos  $s$  e  $b$  indicam respectivamente as superfícies superior e inferior (fundo da área inundada). Na equação (7) as tensões de cisalhamento na superfície podem ser prescritas externamente, dado o arrasto do vento. O cisalhamento inferior é frequentemente expresso pela resistência hidráulica dada pela equação de Chézy:

$$\tau_{3i}^b = \frac{\rho g |\bar{\mathbf{u}}| \bar{u}_i}{Ch^2} \quad (8)$$

onde

$$|\bar{\mathbf{u}}| = \sqrt{\bar{u}_i\bar{u}_i}; \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

e  $C$  é o coeficiente Chézy. Além disso, uma variável adicional  $\eta$  é introduzida. Para escrever a equação (9) na forma de conservação e para eliminar a variável adicional  $\eta$ , considera-se a seguinte forma alternativa do termo de pressão equivalente com  $\eta = h - H$ :

$$-gh\frac{\partial\eta}{\partial x_i} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(g\frac{h^2 - H^2}{2}\right) + g(h - H)\frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (10)$$

Substituindo a forma alternativa da equação (10) na equação (8) dá

$$\begin{aligned} \frac{\partial(h\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(h\bar{u}_i\bar{u}_j) = & -\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{1}{2}g(h^2 - H^2)\right] + \frac{1}{\rho}(\tau_{3i}^s - \tau_{3i}^b) \\ & + hf_i + g(h - H)\frac{\partial H}{\partial x_i} - \frac{h}{\rho}\frac{\partial p_a}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (11)$$

Agora, a equação (11) está em uma forma idêntica àquela das equações de momento compressível não viscoso com  $h$  substituindo  $\rho$ . Os três primeiros termos na equação (11) representam valores transitórios, de convecção e de pressão equivalente. Todos as quatro parcelas restantes podem ser assumidas como termos de fonte. Logo as equações (5) e (11) formam o problema de águas rasas.

## 2.2 Discretização das Equações de Águas Rasas

O objetivo agora é discretizar o problema de águas rasas utilizando elementos finitos triangulares e o método de Galerkin [zien2005]. Porém ao implementar essa equação, o termo advectivo impede que se faça a minimização do funcional. Para solucionar isso, utiliza-se o método de linhas características (CBS- Characteristic Based Split), que é uma mudança do sistema para coordenadas de advecção e a separação do problema em três etapas.

- Passo 1: Consiste em calcular a equação (11) removendo-se o primeiro termo de pressão, para determinar  $U_i^{*n+1}$ ;
- Passo 2: calcular o incremento de  $h$  devido ao passo 1.
- Passo 3: Atualiza-se  $U_i^{n+1} = U_i^n + \Delta U_i^* + \Delta U_i^{**}$ , lembrando que  $U_i^{**}$  é o termo de pressão removido na equação (11).

Para finalizar é necessário determinar uma abordagem de passo de tempo. Diferentes passos de tempo são usados em diferentes nós e a solução é acelerada para o estado estacionário. Usando o intervalo de tempo mínimo global, os cálculos para o estado estacionário levam muito mais tempo do que o procedimento de intervalo de tempo local. A seguinte abordagem de intervalo de tempo local é recomendada [10]:

$$\Delta t = \min(\Delta t_{\text{conv}}, \Delta t_{\text{diff}}) \quad (12)$$

onde  $\mathbf{u}_{\text{conv}}$  é a velocidade convectiva na direção  $x$  e  $c$  é a celeridade da onda,

$$\Delta t_{\text{conv}} = \frac{h}{|\mathbf{u}_{\text{conv}}| + c} \quad (13)$$

e o limite da difusão é dado por:

$$\Delta t_{\text{diff}} = \frac{h^2}{2v} \quad (14)$$

onde  $v$  é a velocidade difusiva.

O  $\Delta t$  calculado é multiplicado por um fator de segurança variando entre 0,1 e 1,0 dependendo do problema e da malha utilizada. Como os intervalos de tempo são calculados nos nós é necessário atribuir um tamanho de elemento apropriado,  $h$ . Também é possível calcular os tamanhos dos elementos na direção do fluxo para melhorar a precisão. No entanto, a melhoria da precisão deve ser realizada às custas do cálculo do tamanho do elemento dependente do tempo [10].

### 3 Resultados e discussões

O domínio computacional  $x = [0, 1]$  e,  $y = [0, 0.5]$ , (a parte espacial é medida em metros e a temporal em segundos), foi subdividido em uma malha não estruturada de 284864 células triangulares e 143383 nós. Um teste de convergência de malha foi realizado em [6], o qual não será demonstrado nesse artigo. O método CBS utilizado para a evolução temporal foi de segunda ordem. Já na evolução espacial utilizou-se uma discretização de primeira ordem. Na simulação, o contorno é definido como reflexivo [6]. Um volume constante de fluido com dimensões de  $0, 25 \times 0, 50 \times 0, 15$  m para a representação de um reservatório foi atribuído como condição inicial e o tempo em segundos ver ( Figura (1)).

Uma vez estabelecidas as condições iniciais e de contorno, o modelo foi aplicado em três diferentes casos de  $\eta$  para  $x \geq 0.25$ .

Caso D1 : Considera-se  $\eta = 0.00$ , e coeficiente de Manning <sup>5</sup> 0.025.

Caso W1: Considera-se  $\eta = 0.015$ , e coeficiente de Manning 0.03.

Caso W2: Considera-se  $\eta = 0.030$ , e coeficiente de Manning 0.04.

Nas Figuras (3), (4) e (5) mostra-se o comportamento do escoamento nos casos D1, W1 e W2, respectivamente. Observa-se que com o aumento da lâmina de água também ocasiona o aumento da velocidade, indicando um bom comportamento físico. Para auxiliar na análise do escoamento foram dispostos cinco sensores (ver Figura (2)). O sensor 1 é o mais simples de se analisar devido estar antes da abertura, (ver Figuras (9) e (10)), os resultados experimentais e numéricos tiveram um comportamento bem semelhante. Ao analisar o  $\eta$  (elevação), verifica-se que para notar instabilidades numéricas o sensor 1 não é o mais adequado, devido a pouca variação  $\eta$ . Depois de  $t = 5, 5s$ , o nível da água aumentou ligeiramente devido à frente de onda refletida. Há também facilidade em representar esse resultado, pois ainda não houve a interação com as células secas.

<sup>5</sup>O coeficiente de Manning, ou coeficiente de rugosidade de Manning, é um parâmetro utilizado na hidrologia e hidráulica para calcular a velocidade e a vazão de um fluxo em um canal ou rio.

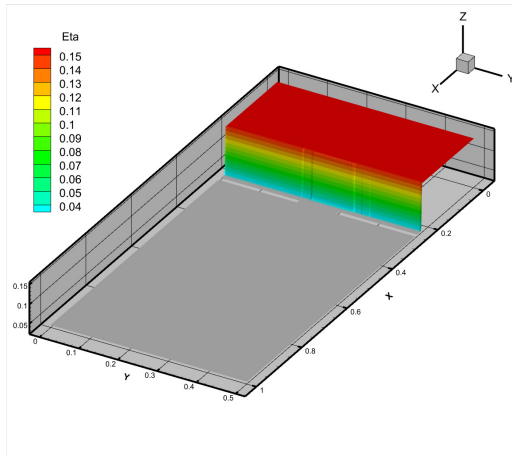


Figura 1: Volume do fluido e dimensões. Fonte: dos autores.

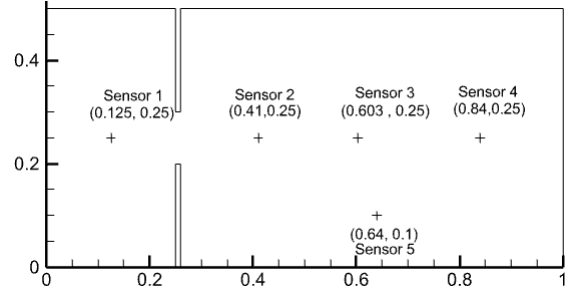


Figura 2: Domínio e disposição dos sensores. Fonte: dos autores.

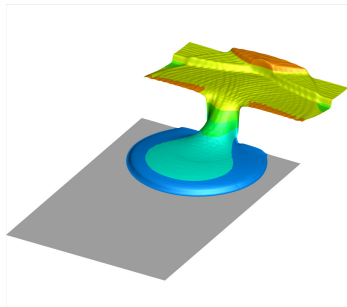


Figura 3: Interação do escoamento com domínio de células secas. Fonte: dos autores.

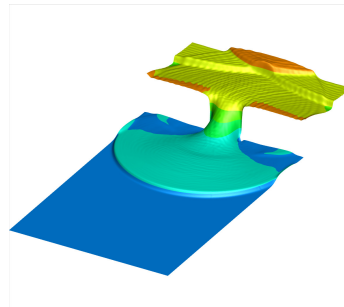


Figura 4: Interação do escoamento com lâmina de água 0.015m. Fonte: dos autores.

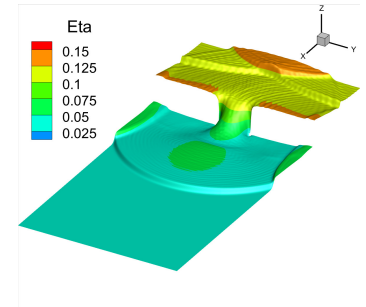


Figura 5: Interação do escoamento com lâmina de água 0.03m. Fonte: dos autores.

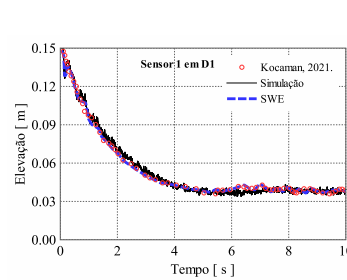


Figura 6: Sensor 1 - Experimento D1. Fonte: dos autores.

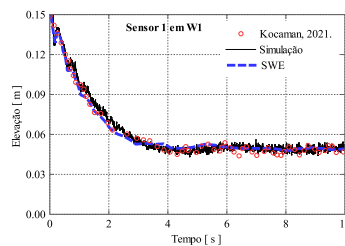


Figura 7: Sensor 1 - Experimento W1. Fonte: dos autores.

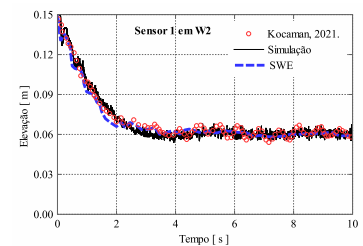


Figura 8: Sensor 1 - Experimento W2. Fonte: dos autores.

Porém ao estudar o sensor 2, verifica-se que em todos os experimentos deram resultados errôneos entre o intervalo de tempo  $0 < t < 2$  [6]. Todavia tem-se uma amenização nesses erros conforme se aumenta a lâmina de água. O tempo de resposta do sensor e as curvas da frente do escoamento foram consideradas prováveis causas da discordância citada acima. A simulação no intervalo  $2 <$

$t < 4$ , no sensor 2, teve bons resultados, principalmente por não ocorrer praticamente o salto hidráulico que ocorre no experimento e no SWE. Além disso, o sensor 2, no experimento D1, a simulação teve uma divergência no intervalo  $0 < t < 2$  devido ao fato de este sensor está na região de interação de células secas e molhadas. Pode-se, possivelmente, amenizar esse erro, aumentando a difusão numérica. Um aumento acentuado foi observado nos resultados assim que a onda refletida atingiu o sensor 3 ( $1 < t < 2$ ). Os dados experimentais estão de acordo com os dados numéricos para o intervalo de tempo  $2 < t < 10$  segundos, enquanto uma discordância foi observada até  $t = 4s$ . Depois disso, os resultados experimentais estavam em boa concordância em geral, enquanto pequenas oscilações devido a reflexões das ondas nas paredes ocorreram.

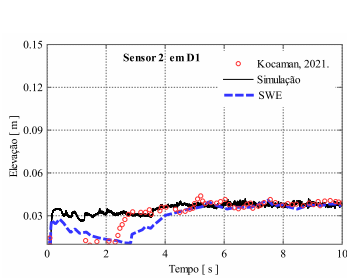


Figura 9: Sensor 2 - Experimento D1. Fonte: dos autores.

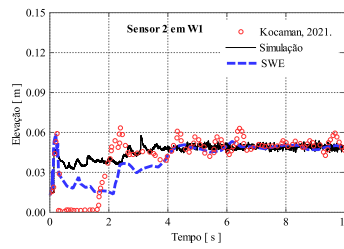


Figura 10: Sensor 2 - Experimento W1. Fonte: dos autores.

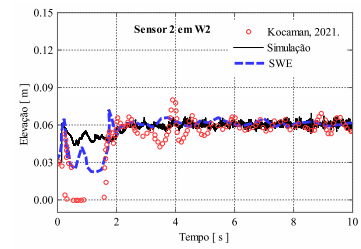


Figura 11: Sensor P2 - Experimento W2. Fonte: dos autores.

Em contraste, os resultados foram diferentes comparando os tipos de casos, em D1 (célula seca) no intervalo de tempo  $0 < t < 2$  há uma descontinuidade e logo após a simulação entra em concordância com os dados experimentais. Já para W1 e W2, há duas grandes variações na altura de onda no intervalo  $0 < t < 2$ , isso era de se esperar devido ao fato da lâmina de água nesses dois casos. Outro ponto é que a medida que aumentamos a altura de água, embora pequena variação (de 0,015m para 0,03) há uma divergência no SWE em representar W1,W2, já para a simulação presente houve um comportamento semelhante em todos os casos. Essa divergência se dá ao fato do SWE ser muito sensível as frentes de ondas refletidas.

Os picos observados no intervalo  $4 < t < 10$  se formam devido à passagem das ondas, depois ocorreu uma diminuição gradual nos resultados experimentais e computados devido ao volume finito do reservatório. Logo observa-se que com o aumento das ondulações, os resultados da simulação discordaram dos resultados experimentais.

## 4 Considerações Finais

Nesta pesquisa, concebemos um software com o propósito de melhorar a compreensão da simulação de eventos associados à ruptura de barragens e ao comportamento de águas em áreas rasas. O software desenvolvido é capaz de solucionar o conjunto de equações não lineares das águas rasas de maneira acoplada, empregando o método dos elementos finitos e utilizando malhas de elementos triangulares não adaptáveis.

As comparações com soluções analíticas ou de referência evidenciaram a robustez do modelo proposto, bem como sua consistência com os resultados documentados na literatura. Especificamente, o algoritmo demonstrou habilidade para lidar com precisão em cenários que envolvem fronteiras rígidas, como ondas de choque em simulações desses fenômenos. Por fim, vale ressaltar que o algoritmo possui várias características vantajosas na resolução numérica de problemas relacionados a escoamentos em águas rasas, o que o torna uma opção atrativa para a modelagem de fluxos em geral.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pelo apoio financeiro fornecido por meio de sua bolsa de estudos.

## Referências

- [1] F. Alcrudo e P. Garcia-Navarro. “A high-resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations”. Em: **Int. J. Numer. Methods Fluids** 16 (1993), pp. 489–505.
- [2] S. Evangelista, M.S. Altinakar, C. Di Cristo e A. Leopardi. “Simulation of dam-break waves on movable beds using a multi-stage centered scheme”. Em: **Int. J. Sediment Res.** 28 (2013), pp. 269–284.
- [3] Flow Science, Inc. **FLOW-3D® Version 11**. Flow Science, Inc. Santa Fe, NM, USA, 2019.
- [4] H. Hu, J. Zhang e T. Li. “Dam-Break Flows: Comparison between FLOW-3D, MIKE 3 FM, and Analytical Solutions with Experimental Data”. Em: **Appl. Sci.** 8 (2018), p. 2456.
- [5] S. Kocaman e H. Ozmen-Cagatay. “Investigation of dam-break induced shock waves impact on a vertical wall”. Em: **J. Hydrol.** 525 (2015), pp. 1–12.
- [6] S. Kocaman e H. Ozmen-Cagatay. “Investigation of dam-break induced shock waves impact on a vertical wall”. Em: **Journal of Hydrology** 525 (2015), pp. 1–12. ISSN: 0022-1694. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.03.040>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169415002115>.
- [7] F.V. Pohle. **Motion of Water Due to Breaking of a Dam and Related Problems**. Washington, DC, USA: USNBS, 1952, pp. 47–53.
- [8] I. Rendina, G. Viccione e L. Cascini. “Kinematics of flow mass movements on inclined surfaces”. Em: **Theor. Comput. Fluid Dyn.** 33 (2019), pp. 107–123.
- [9] P.K. Stansby, A. Chegini e T.C.D. Barnes. “The initial stages of dam-break flow”. Em: **J. Fluid Mech.** 374 (1998), pp. 407–424.
- [10] C. G. Thomas e P. Nithiarasu. “Effect of variable smoothing and stream line direction on the viscous compressible flow calculations”. Em: **International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow** 15 (2005), pp. 420–428. DOI: 10.1108/09615530510583754.