Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Inteligência Artificial e Classificação de Alguns Modelos Computacionais em Autômatos Celulares

Christoff da Silva Cirino[1] Paula Teresa Mota Gibrim[2]
Pouya Mehdipour[3] Leonardo Bonato Felix[4]
UFV, Viçosa, MG

A área de Inteligência Artificial (IA), por sua aplicabilidade em diferentes partes da ciência e da vida humana, está sendo uma área atual e em destaque. O entendimento de seus conceitos e o bom uso de suas técnicas dependem de um estudo adequado da parte Matemática, uma vez que o nascimento desta área se articula, profundamente, com desenvolvimentos dessa disciplina no século XX [1].

Autômatos Celulares (AC) são modelos formais simples para sistemas dinâmicos complexos. Eles são utilizados em diversas áreas científicas como ciência da computação, física, matemática, biologia, química, economia, entre outras, com diferentes finalidades. Ter uma grande variedade de comportamentos dinâmicos é uma das principais características que determinaram o sucesso do AC em suas aplicações. O primeiro estudo de autômatos celulares como sistemas dinâmicos foi feito por Hedlund [2].

Neste projeto, pretendemos estudar fundamentos matemáticos de Inteligência Artificial (IA) e Autômatos Celulares Elementares (ACE) como exemplos em dinâmica simbólica. Além disso, faremos a programação do ACEs incluindo 2 regras globais das diferentes classes de Wolfram [3], escritas em Python, e verificaremos a possibilidade de treinar/utilizar alguns modelos de IA a fim de apoiar em classificação de ACE compostos obtidos.

Seja A um conjunto finito de símbolos. Em dinâmica simbólica, um bloco (ou palavra) sobre A de tamanho m é uma sequência finita composta por m símbolos de A, a qual pertence ao conjunto A^m. Se $x \in A^{\mathbb{Z}}$ e ω é um bloco sobre A, dizemos que ω ocorre em x se existem índices i e j tais que $\omega = x_{[i,j]}$.

Definição 0.1. Seja A um conjunto finito de símbolos e $\mathcal{F}$ representa uma coleção de sequências finitas de símbolos de A. Um espaço $(\mathcal{X},\sigma)$ é um espaço *shift*, sendo $\mathcal{X}$ um subconjunto fechado (ou igual) de $A^{\mathbb{Z}}$ tal que $\mathcal{X} = \mathcal{X}_{\mathcal{F}}$, isto é, $\mathcal{X}$ é o conjunto de todos os elementos de $A^{\mathbb{Z}}$ nos quais não ocorre nenhum dos blocos de $\mathcal{F}$; e onde σ é um mapa bem definido em $\mathcal{X} = \mathcal{X}_{\mathcal{F}}$ tal que $[\sigma(x)]_i = x_{i+1}$ para $i \in \mathbb{Z}$. Quando um espaço *shift* $\mathcal{X}$ está contido em um espaço *shift* $\mathcal{Y}$, nós dizemos que $\mathcal{X}$ é um *subshift* de $\mathcal{Y}$.

Definição 0.2. Seja $\mathcal{X}$ um subconjunto de $A^{\mathbb{Z}}$, e seja $\mathcal{B}_n(\mathcal{X})$ a notação do conjunto de todos os n-blocos que ocorrem em pontos de $\mathcal{X}$; a linguagem de $\mathcal{X}$ é a coleção

$$\mathcal{B}(\mathcal{X}) = \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathcal{B}_n(\mathcal{X}). \tag{1}$$

[1]christoff.cirino@ufv.br
[2]paula.gibrim@ufv.br
[3]pouya@ufv.br
[4]leobonato@ufv.br

Definição 0.3. Seja A, B sejam dois conjuntos finitos de símbolos e $(\mathcal{X}, \sigma)$ um espaço *shift* sobre A. Para $N = m + n + 1$ um número natural, $\Phi : \mathcal{B}_{m+n+1}(\mathcal{X}) \to B$ é chamado de uma função de código. Então a função $\theta : \mathcal{X} \to B^{\mathbb{Z}}$ definida por $y = \theta(x)$ com $y_i = \Phi(x_{[i-m,i+n]})$ é chamada de *sliding block code* com memória m e antecipação n induzida por Φ. Denotamos a formação de θ por Φ como $\theta = \Phi_\infty^{[-m,n]}$, ou simplesmente por $\theta = \Phi_\infty$ se a memória e a antecipação de θ são subentendidas. Se a memória não for especificada, tomamos $m = 0$.

$$\begin{array}{ccccccccc} x = & (\ldots & x_{i-m-1} & \{x_{i-m} & x_{i-m+1} & \ldots & x_{i+n-1} & x_{i+n}\} & x_{i+n+1} & \ldots) \\ & & & & & \downarrow \Phi & & & & \\ & y = & & (\ldots & y_{i-1} & y_i & y_{i+1} & \ldots) & & \end{array} \tag{2}$$

Se $\mathcal{Y}$ é um espaço *shift* contido em $B^{\mathbb{Z}}$ e $\theta(\mathcal{X}) \subseteq \mathcal{Y}$, escrevemos $\theta : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$.

Os autômatos celulares são exemplos de sliding block codes onde $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = A^{\mathbb{Z}}$.

Definição 0.4. Um *autômato celular* $\phi : A^{\mathbb{Z}} \to A^{\mathbb{Z}}$ é uma transformação contínua de sequências que leva um ponto $x \in A^{\mathbb{Z}}$ em um ponto $y \in A^{\mathbb{Z}}$. Fixemos inteiros m (memória) e n (antecipação) tal que $-m \leq n$ e $N = m + n + 1$. Definamos a função $\Phi : \mathcal{B}_N(\mathcal{X}) \to A$, chamada $N-$função de código ou *Regra Local.* Assim, $y_i = \Phi(x_{[i-m,i+n]})$ para $y = (y_i)_{i\in\mathbb{Z}} \in A^{\mathbb{Z}}$.

Proposição 0.1. *[2] Toda função contínua que comuta com iterados de função de shift* σ^n *para* $n \in \mathbb{Z}$ *é um autômato celular.*

Em geral a *configuração* c de um autômato celular é uma aplicação $c : \mathbb{Z}^d \to \mathcal{S}$ que especifica o estado de cada célula de uma grade de células. O conjunto de todas as possíveis configurações de uma grade é representado por $\mathcal{C}$. Se c for uma função constante, o que levaria todas as células a um mesmo estado, chamamos de *configuração trivial.* As regras locais aplicadas nas vizinhanças de uma célula levam-nos até um sistema dinâmico que chamamos de *função de transição global* $G : \mathcal{C} \to \mathcal{C}$, onde $G(c) = e$ é uma nova configuração em $\mathcal{C}$. O grupo dos ACs nos quais $d = 1$, $n = 1$ e $|S| = 2$ são chamados de *Autômatos Celulares Elementares (ACE).* Durante este trabalho, na parte computacional estudaremos modelos elementares com grade de celulas finitas e suas composições em diferente classes de Wolfram [3], de forma que os estados de valor 0 correspondem às células brancas, e 1, às pretas [4].

Agradecimentos

Agradeçemos a FAPEMIG pelo apoio financeiro.

Referências

[1] R. S. Batista e E. Silva. “Notas sobre os fundamentos matemáticos da Inteligência artificial”. Em: **Revista de Ciência, Tecnologia e Inovação** (2019).

[2] D. Lind e B. Marcus. **An Introduction To Symbolic Dynamics and Coding**. Cambridge University Press, 1995.

[3] S. Wolfram. **A New Kind of Science, Wolfram Media, 2002**. Online. Acessado em: 09/04/2023. `https://www.wolframscience.com/nks/`.

[4] J. Kari. “Theory of cellular automata: A survey”. Em: **Theoretical Computer Science** 334 (2005), pp. 3–33. DOI: `10.1016/j.tcs.2004.11.021`.

