Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo de Sistema Presa-Predador com Crescimento Logístico

Raquel C. A. Queiroz[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Hortolândia, SP
Vinícius F. Wasques[2]
Ilum Escola de Ciência, Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais, Campinas, SP

O modelo Lotka-Volterra ou Presa-Predador, é um modelo que estuda a dinâmica populacional de duas espécies que interagem entre si, uma das espécies é o predador, e a outra a presa, sendo que essa presa depende de outros alimentos. Podemos considerar x a população de presa e y a população de predador, ambas em um instante t. Para este modelo de interação de espécies, são feitas as seguintes hipóteses: Na ausência de predador, a população de presas aumenta à uma taxa proporcional a população atual; $\frac{dx}{dt} = ax$, a > 0, quando $y = 0$. Na ausência de presa, o predador é extinto; $\frac{dy}{dt} = -cy$, c > 0, quando $x = 0$. A taxa de crescimento da população de predadores aumenta por um termo γxy, onde xy é o encontro das populações; e a taxa de crescimento da presa é diminuída pelo termo $-\alpha xy$, em que γ e α são constantes positivas [1]. Obtendo as equações:

$$\text{Presa: } \frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \quad \text{e} \quad \text{Predador: } \frac{dy}{dt} = -\gamma y + cxy. \tag{1}$$

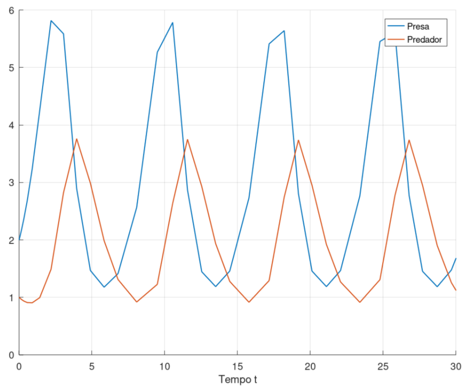

Figura 1: Presa-Predador. Fonte: Elaborado pelos autores.

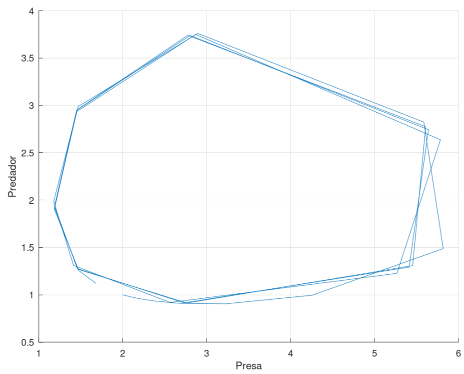

Figura 2: Plano de fase. Fonte: Elaborado pelos autores.

Os valores simulados na Figura 1 ($a = 1.0$, $\alpha = 0.5$, $\gamma = 0.75$, $c = 0.25$), resultaram em um comportamento cíclico, equiparável ao estudado na literatura [1]; à medida que a população de presas cresce, a população de predadores também cresce devido aos encontros destas populações, deste mesmo modo, com o passar do tempo, a população de presas entrará em declínio, em seguida a população de predadores também declinará.

[1]raquelcristinaqa@gmail.com
[2]vinicius.wasques@ilum.cnpem.br

Uma das críticas a este modelo é que, considerando a primeira hipótese onde não há predadores, a população de presas aumenta sem limites devido a taxa de crescimento intrínseco [1]. Para evitar esta situação podemos alterar a equação, utilizando o termo relacionado ao crescimento intrínseco da população da equação logística proposta por Pierre F. Verhulst (1804-1849). O Modelo Logístico, é um modelo de dinâmica populacional, que contribui para a identificação do crescimento ou declínio populacional de uma determinada espécie [1]. A princípio, a equação tem semelhança com o modelo populacional de Malthus (1766-1834), no entanto, apresenta um termo que limita seu crescimento. Neste caso, o modelo é dado por

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N \left(1 - \frac{N}{K}\right). \tag{2}$$

Com essa alteração, a população não crescerá indefinidamente, como no modelo malthusiano, considerando que, à medida que o tempo t avança, a população se aproximará de sua capacidade de suporte K, e ficará estável em torno de K. Assim o sistema proposto é dado por

$$\text{Presa: } \frac{dx}{dt} = ax\left(1 - \frac{x}{K_1}\right) - \alpha xy \quad \text{e} \quad \text{Predador: } \frac{dy}{dt} = -\gamma y\left(1 - \frac{y}{K_2}\right) + cxy. \tag{3}$$

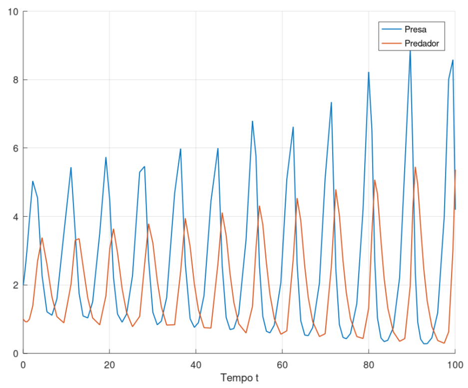

Figura 3: Presa-Predador. Fonte: Elaborado pelos autores.

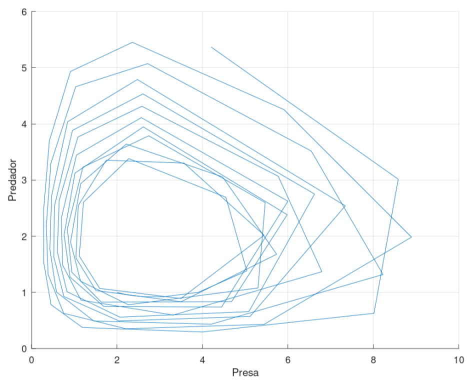

Figura 4: Plano de fase. Fonte: Elaborado pelos autores.

Deste modo, neste trabalho abordamos o comportamento de competição entre espécies, considerando um crescimento logístico. A partir dos parâmetros escolhidos, obtivemos um comportamento no qual as populações podem coexistir, atingindo um ciclo limite. Como trabalho futuro, pretendemos considerar uma incerteza na condição inicial das populações, a partir da teoria intervalar, e estudar a dinâmica destas populações.

Agradecimentos

A primeira autora agradece o apoio financeiro do PIBIC nº 121358/2023-2 e o segundo autor o apoio da FAPESP processo nº 2023/03927-0.

Referências

[1] W. E. Boyce, R. C. Diprima e D. B. Meade. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 11a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2020. ISBN: 9781119381648.