

Aplicações de Transformações Lineares em Computação Gráfica: uma Proposta de Atividade no Geogebra 2D

Karine Pradella,¹ Amanda Sperotto,² Delair Bavaresco³
IFRS, Bento Gonçalves, RS

O conceito de transformações lineares, geralmente abordado em um primeiro curso de Álgebra Linear, destaca-se por possuir ampla aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, como engenharia, física, economia e computação. Em particular, na computação gráfica, estes tipos de transformações podem ser utilizados para produzirem efeitos geométricos em um objeto bidimensional, como dilatação, contração e rotação. Através destas transformações, pode-se causar o efeito de uma visualização tridimensional de uma figura que originalmente é plana. Este tipo de efeito é frequentemente visto em filmes e jogos digitais, cujos objetos são planos mas, para quem assiste, tem a sensação de serem tridimensionais.

Em termos didáticos, associar o conceito matemático da sua aplicação é fundamental para dar sentido àquilo que se aprende, e permite ao estudante explorar a matemática tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Por isso, apresentar as transformações lineares em um contexto de aplicação em computação gráfica pode estimular o interesse dos estudantes e contribuir para o aprendizado da Álgebra Linear. Diante disso, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de atividade que associa o conceito de transformações lineares à manipulação de figuras planas sob a perspectiva da computação gráfica.

Esta atividade foi desenvolvida em formato de livro no software GeoGebra on-line, e está disponível em <https://www.geogebra.org/m/svqkxkfg>. O livro foi organizado em capítulos que abordam transformações lineares que resultam em diferentes efeitos geométricos a um determinado objeto. Ao longo dos capítulos, os estudantes têm a oportunidade de manipular *applets* do GeoGebra e responder questionários associados ao que é observado em relação as transformações que são abordadas.

Em particular, o capítulo Construção é o mais extenso, e tem como objetivo ensinar os estudantes a construir a projeção ortogonal de um cubo na janela de visualização 2D do GeoGebra e manipulá-lo através de transformações lineares para obter o efeito de uma visualização tridimensional. Primeiramente, os estudantes organizam os vértices de um cubo centrado na origem do sistema cartesiano nas colunas de uma matriz P de tamanho 3×8 (3 coordenadas, x , y e z ; 8 vértices). Para um cubo com arestas medindo duas unidades de comprimento, por exemplo, a matriz P é dada por

$$P = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 & -2 & 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 & -2 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & -2 & -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Em seguida, as transformações lineares são inseridas através das matrizes que as representam.

¹karinepradella13@gmail.com

²amandasperotto2910@gmail.com

³delair.bavaresco@bento.ifrs.edu.br

Por exemplo, as matrizes de rotação em torno dos eixos x , y e z são dadas, respectivamente, por

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad R_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde θ é o ângulo de rotação [1]. Essas matrizes são associadas a transformações lineares $T_i : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ da forma $T_i \mathbf{u} = R_i \mathbf{u}$, com $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ e $i = 1, 2, 3$.

Por fim, para visualizar o efeito da transformação de rotação em torno de um dos eixos no cubo construído anteriormente, multiplica-se a matriz R_i por P , obtendo a matriz resultante $M = R_i P$. Cada coluna da matriz M representa um ponto do cubo já rotacionado. Como estamos interessados em visualizar a projeção ortogonal deste cubo no plano (janela de visualização 2D do GeoGebra), zeramos a coordenada z de cada ponto. De maneira semelhante, a transformação de dilatação/contração também é implementada. Além disso, a transformação de translação (embora não seja linear) também foi apresentada para os estudantes.

Esta atividade foi aplicada para estudantes da disciplina de Álgebra Linear do curso de Licenciatura em Matemática do IFRS - campus Bento Gonçalves. O livro digital foi disponibilizado no ambiente Moodle e a turma pôde resolver as atividades ao longo de duas semanas. Os questionários foram respondidos diretamente no GeoGebra on-line e a construção final foi enviada a partir de uma tarefa disponibilizada na turma do Moodle. Ao final da atividade, foi disponibilizado um formulário de avaliação para a turma. Como resultado, 80% dos estudantes declararam que compreenderam a relação entre as transformações lineares e a manipulação de figuras. Além disso, 90% dos estudantes consideraram que os enunciados da atividade estavam claros e quase todos os estudantes conseguiram fazer as construções de maneira adequada. Observando a aplicação da atividade, observa-se a importância de abordar os conteúdos vistos em sala de aula de forma visual e interativa, explorando os meios tecnológicos que estão disponíveis gratuitamente. Para trabalhos futuros, pode-se abordar transformações associadas ao espelhamento e cisalhamento de imagens, além de explorar rotações em torno de um eixo qualquer.

Agradecimentos

Ao Instituto Federal do Rio Grande do Sul e ao Programa de Educação Tutorial pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] H. Anton e C. Rorres. **Álgebra Linear com aplicações**. 10a. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. ISBN: 9788540701694.