

# Resultados Numéricos dos Modelos de Difusão-Advecção de um Poluente e Dispersão-Migração entre Duas Espécies Competidoras na Bacia Sedimentar da Foz do Amazonas

Vitor Hugo Muniz Oliveira<sup>1</sup>

IME-USP, São Paulo, SP

Daniela Ribeiro Monteiro<sup>2</sup>

IBMEC, Rio de Janeiro, RJ

João Frederico da Costa Azevedo Meyer<sup>3</sup>

IMECC-Unicamp, Campinas, SP

Este trabalho tem o principal objetivo apresentar os resultados numéricos de dois modelos matemáticos estudados na Dissertação de Mestrado do autor principal [1]. Os modelos que iremos apresentar a seguir envolvem Equações Diferenciais Parciais (EDP) possuindo termos de difusão-advecção ou dispersão-migração que foram discretizados espacialmente pelo Método de Galerkin via Método Elementos Finitos (MEF) e temporalmente pelo Método de Crank-Nicolson via diferenças centradas no tempo. A região estudada, a Bacia Sedimentar da Foz do Amazonas (BSFA) foi desenvolvida através do MEF no *software GMSH*. Os dois modelos foram desenvolvidos e implementados no *software Matlab* onde conseguimos os resultados gráficos demonstrados neste trabalho.

O primeiro modelo a ser apresentado descreve a dispersão de um material impactante (poluente) na BSFA, neste modelo são inseridas duas manchas de poluente nas fozes do rio Amazonas. O segundo modelo refere-se ao comportamento evolutivo das dinâmicas populacionais de duas espécies hipotéticas competidoras que convivem entre si sob o efeito do material impactante.

Veja a seguir a equação que descreve o modelo, onde  $C$  é a concentração do poluente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \text{div}(\alpha_c \nabla C) + \text{div}(\vec{V}C) + \sigma_c C = f, \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad t \in J = (0, T], \quad (1)$$

com os significados biológicos dos parâmetros descritos por:  $\alpha_c = 0,75$  sendo o coeficiente de difusão do poluente na região;  $\vec{V}$  sendo o campo de velocidades da circulação local;  $\sigma_c = 0,001$  sendo a taxa de decaimento do poluente na região;  $f$  sendo o termo fonte ou fontes poluentes; e  $\Delta t = 0,002$  sendo o intervalo de tempo entre as iterações.

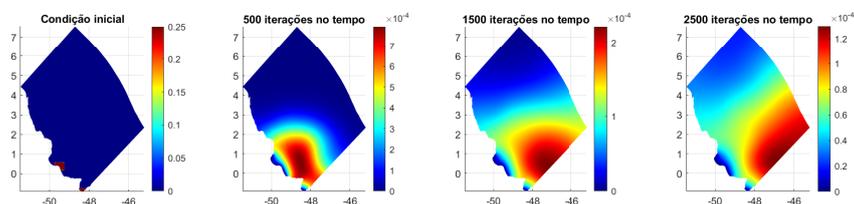


Figura 1: Evolução da dispersão do poluente na BSFA. Fonte: Autores.

<sup>1</sup>vitor.hmuniz@ime.usp.br

<sup>2</sup>danielarmonteiro@gmail.com

<sup>3</sup>jmeyer@unicamp.br

Nos gráficos da Figura 1 podemos observar a evolução da dispersão do poluente na BSFA a partir das duas saídas da foz do rio Amazonas. A primeira mancha de poluente encontra-se em um pequeno arquipélago onde fica localizada a ilha de Marajó e a outra no canal do porto de Pará.

Veja a seguir as equações que descrevem o modelo, onde  $P_1$  e  $P_2$  são as densidades populacionais de cada espécie:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} - \text{div}(\alpha_1 \nabla P_1) + \text{div}(\vec{U} P_1) + \rho_1 \sigma P_1 = \beta_1 P_1 \left(1 - \frac{P_1 + P_2}{K}\right) - \delta_1 P_1 P_2 & e \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} - \text{div}(\alpha_2 \nabla P_2) + \text{div}(\vec{W} P_2) + \rho_2 \sigma P_2 = \beta_2 P_2 \left(1 - \frac{P_1 + P_2}{K}\right) - \delta_2 P_1 P_2, \end{cases} \quad (2)$$

com os significados biológicos dos parâmetros descritos por:  $\alpha_1 = 0,05$  e  $\alpha_2 = 0,025$  sendo os coeficientes de dispersão populacional;  $U_1 = -0,01$ ,  $U_2 = 0,01$ ,  $W_1 = 0,01$  e  $W_2 = -0,01$  sendo as velocidades de migração populacional;  $\sigma$  sendo a função decaimento populacional na região;  $\rho_1 = 0,05$ ,  $\rho_2 = 0,02$  sendo as taxas da função decaimento populacional causada pela presença do poluente  $\sigma$ ;  $\beta_1 = 4 \times 10^{-3}$  e  $\beta_2 = 5 \times 10^{-3}$  sendo as taxas de crescimento intrínsecos;  $K = 90000$  sendo a capacidade de suporte do meio;  $\delta_1 = 1,5 \times 10^{-6}$  e  $\delta_2 = 1 \times 10^{-6}$  sendo as taxas de relação interespecífica; e  $\Delta t = 0,25$  sendo o intervalo de tempo entre as iterações.

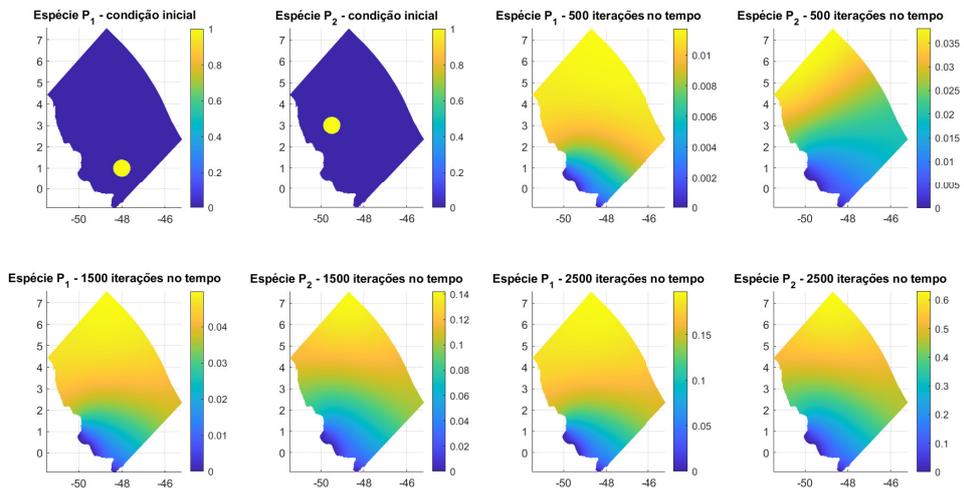


Figura 2: Evolução da migração populacional sob o efeito do poluente na BSFA. Fonte: Autores.

Nos gráficos da Figura 2 podemos observar a evolução da migração populacional das duas espécies na BSFA sob o efeito do poluente ao longo do tempo. Percebe-se que o poluente em questão possui um impacto dinâmico e significativo nas espécies  $P_1$  e  $P_2$ .

Concluímos que esse poluente impacta no crescimento populacional das duas espécies, além de dificultar a predação, gerando disputas mais acirradas em busca de alimento. Esse trabalho contribui significativamente para a área de Biomatemática, uma vez que os modelos podem ser adaptados para outros tipos de parâmetros e correntes marítimas. Maiores informações em [1].

## Referências

- [1] V. H. M. Oliveira. “Modelagem e simulações numéricas da interação de espécies na presença de um material impactante: o caso do peixe-leão (*Pterois volitans*) no litoral norte brasileiro”. Dissertação de mestrado. Campinas - SP: IMECC - Unicamp, 2024, p. 168.