Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Influência da Análise Qualitativa em Equações Diferenciais Ordinárias na escolha de um Método de Diferenças Finitas para Soluções Numéricas

Julia B. Condal[1] Ramon A. B. Souza[2]
UERJ, Rio de Janeiro, RJ

Uma equação diferencial ordinária de primeira ordem [5] genérica pode ser descrita por:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \tag{1}$$

com x sendo a variável dependente e t (geralmente tempo) a variável independente.

Considerando as dificuldades existentes para obtenção de soluções analíticas, outras possibilidades para soluções são estudadas, tais como análises qualitativas e numéricas.

As análises qualitativas consistem no estudo do comportamento das soluções, através de campo de direções, onde é possível verificar a existência de solução de equilíbrio, presença de bifurcações e, sobretudo, a convergência das curvas integrais.

As análises numéricas consistem no estudo e implementação de métodos numéricos com objetivo de obter soluções aproximadas, i.e., curvas tão próximas quanto possíveis das soluções exatas (analíticas).

Dentre os vários métodos numéricos existentes, podemos citar os métodos de Euler (explícito e implícito) [2] e Runge-Kutta [1], cujas respectivas formulações podem ser descritas conforme constam abaixo:

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_i, x_i) \tag{2}$$

$$x_{i+1} = x_i + hf(t_{i+1}, x_{i+1}) \tag{3}$$

$$x_{i+1} = x_i + h\sum_{j=1}^{m} p_j c_j \tag{4}$$

sendo h tamanho do passo, p_j pesos, c_j uma aplicação em pontos do interior do intervalo $[t_i, t_i + 1]$, e m indicando a ordem do método de Runge-Kutta.

Este estudo consiste em avaliar a importância da solução qualitativa, de uma equação diferencial ordinária de 1ª ordem, sob o ponto de vista do campo de direções e, também, no sentido da busca de um método numérico mais apropriado.

A partir de uma equação diferencial ordinária será construído seu respectivo campo de direções. Em seguida, serão implementados métodos numéricos de Euler (explícito e implícito) e Runge-Kutta, analisando a convergência de cada método, juntamente com a solução qualitativa.

A convergência [3], relativa a cada método numérico, será analisada a partir do conhecimento da solução analítica.

[1]juliabcondal@gmail.com
[2]ramon.souza@uerj.br

As rotinas computacionais serão desenvolvidas na linguagem Python [4], bem como todos os resultados.

Os resultados serão apresentados através de gráficos, contendo as soluções numéricas, juntamente com o campo de direções.

Agradecimentos

Este estudo foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológio (CNPq).

Referências

[1] W. E. Boyce e R. C. Diprima. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. LTC, 2002.

[2] J. C. Butcher. **Numerical methods for ordinary differential equations**. Wiley, 2008.

[3] J. A. Cuminato e M.M. Junior. **Discretização de equações diferenciais parciais**. IMPA, 2013.

[4] J. V. Guttag. **Introduction to computation and programming using Python**. Spring, 2013.

[5] J. Sotomayor. **Equações diferenciais ordinárias**. USP, 2011.